

RC- ja RL-ahelad:

RC-ahel	RL-ahel
RC-ahel omab <u>takistust</u> R ja sisaldab kondensaatorit <u>mahtuvusega</u> C. Takisti ja kondensaator on reeglina ühendatud <u>jadamisi</u>. Selleks, et kondensaatorit laadida (tekitada temas elektrivälja ning salvestada energiat), tuleb ahelasse täiendavalt jadamisi ühendada vooluallikas elektromotoorjõuga E, mis sisselülitamise hetkel ($t = 0$) tekitab ahelas laadimisvoolu tugevusega $I_0 = E/R$. Mingil järgneval hetkel t, kui kondensaator on omandanud pinge $u(t)$, on laadimisvool $i(t) = (E - u)/R$. Voolutugevus väheneb, sest laetav <u>kondensaator toimib vooluallikana, mis takistab laadimist</u>.	RL-ahel omab <u>takistust</u> R ja sisaldab induktorit (pooli) <u>induktiivsusega</u> L. Takisti ja induktor on reeglina ühendatud <u>jadamisi</u>. Selleks, et induktoris tekitada voolu, seega ka magnetvälja ning salvestada energiat, tuleb ahelasse täiendavalt jadamisi ühendada vooluallikas elektromotoorjõuga E, mis mingi aja möödumisel viib voolutugevuse ahelas väärtuseni $I_m = E/R$. Kuid selle allika sisselülitamise hetkel ($t = 0$) on voolutugevus $i = 0$, sest induktoris tekiv endainduktsiooni EMJ $-L di/dt$ tasakaalustab täpselt allika elektromotoorjõu E. <u>Induktor toimib vooluallikana, mis takistab voolu muutumist ahelas</u>.
Voolutugevus $i(t)$ on teatavasti kondensaatori ühe plaadi laengu $q(t)$ ajaline tuletis (näitab selle laengu muutumise kiirust): $i(t) = dq/dt$. Ajast sõltuv laeng $q(t)$ on aga mahtuvuse definitsiooni $C = q/u$ põhjal mahtuvuse C ja pinge $u(t)$ korrutis: $q = Cu$. Ühtekokku seega $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt}, \quad \text{aga samas ka} \quad i(t) = \frac{E - u}{R} = C \frac{du}{dt}.$ Asendame nüüd suuruse du suurusega $-d(E - u)$, kuna $d(E - u) = -du$, sest E on antud juhul konstant. Me saame $-C \frac{d(E - u)}{dt} = \frac{E - u}{R} \quad \text{ehk} \quad \frac{d(E - u)}{E - u} = -\frac{dt}{RC}.$ Selle võrrandi integreerimine annab $\ln [E - u(t)] = -\frac{t}{RC} + \ln [E - u(0)],$ kus suurus $\ln [E - u(0)]$ on integreerimiskonstant, mille väärtus tuleneb teadmisest, et alghetkel ($t = 0$) ka $-t/RC = 0$. Samas on kondensaator alghetkel ju veel laadimata, seega tema pinge $u(0) = 0$ ja $\ln [E - u] = \ln E$. Saame $\ln [E - u(t)] - \ln E = \ln \frac{E - u}{E} = -\frac{t}{RC}$, mille antilogarimimisel $\frac{E - u}{E} = e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ehk} \quad E - u = E e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{või} \quad u(t) = E - E e^{-\frac{t}{RC}} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ See on <u>piirangule lähenev kasvav eksponentfunktsioon</u>, mille jaoks laadiva allika elektromotoorjõud E on piirang [kui $t \rightarrow \infty$, siis $\exp(-t/RC) \rightarrow 0$ ja $u(t) \rightarrow E$]. Suurust $\tau = RC$ nimetatakse ahela ajateguriks. See võrdub ajaga, mille jooksul pinge $u(t)$ muutub nullist kuni väärtuseni ca 0,63 U_m, sest $1 - e^{-1} = 1 - (1/e) = 1 - 0,368 \approx 0,63$. Teatavasti $e = 2,7183..$	Mingil hilisemal hetkel on vool ahelas siiski olemas. Seda põhjustava pingena toimib välisallika elektromotoorjõu E ja pinge $-L di/dt$ vahe, mis Ohmi seaduse kohaselt peab võrduma korrutisega $i R$: $E - L \frac{di}{dt} = I_m R - L \frac{di}{dt} = i R \quad \text{ehk} \quad (I_m - i)R = L \frac{di}{dt} \quad \text{või} \quad \frac{di}{I_m - i} = \frac{R}{L} dt.$ Asendame suuruse di nüüd suurusega $-d(I_m - i)$, kuna $d(I_m - i) = -di$, sest I_m on antud juhul konstant. Me saame $-\frac{d(I_m - i)}{I_m - i} = \frac{R}{L} dt \quad \text{ehk} \quad \frac{d(I_m - i)}{I_m - i} = -\frac{R}{L} dt$ Selle võrrandi integreerimine annab $\ln [I_m - i(t)] = -\frac{R}{L} t + \ln [I_m - i(0)],$ kus suurus $\ln [I_m - i(0)]$ on integreerimiskonstant, mille väärtus tuleneb teadmisest, et alghetkel ($t = 0$) ka $-(R/L)t = 0$. Samas alghetkel vool ju veel puudub, seega $i(0) = 0$ ja $\ln [I_m - i] = \ln I_m$. Saame $\ln [I_m - i(t)] - \ln I_m = \ln \frac{I_m - i}{I_m} = -\frac{R}{L} t$, mille antilogarimimisel $\frac{I_m - i}{I_m} = e^{-\frac{R}{L} t} \quad \text{ehk} \quad I_m - i = I_m e^{-\frac{t}{L/R}} \quad \text{või} \quad i(t) = I_m - I_m e^{-\frac{t}{L/R}} = I_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$ See on <u>piirangule lähenev kasvav eksponentfunktsioon</u>, mille jaoks voolutugevuse lõppväärtus $I_m = E/R$ on piirang [kui $t \rightarrow \infty$, siis $\exp(-t/\tau) \rightarrow 0$ ja $i(t) \rightarrow I_m$]. Suurust $\tau = L/R$ nimetatakse ahela ajateguriks. See võrdub ajaga, mille jooksul vool $i(t)$ muutub nullist kuni väärtuseni ca 0,63 I_m, sest $1 - e^{-1} = 1 - (1/e) = 1 - 0,368 \approx 0,63$. Teatavasti $e = 2,7183..$

Kui lasta pingeni $U_m = E$ laetud kondensaatoril nüüd tühjeneda läbi aktiivse takistuse R , siis toimib kondensaator temas sisalduva elektrivälja energia arvel vooluallikana, mille pinge $u(t)$ ajas väheneb. Siiski kehtib igal hetkel Ohmi seadus $i(t) = u/R$, millest

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} = \frac{u}{R} \quad \text{ehk} \quad \frac{du}{u} = -\frac{dt}{RC}.$$

Miinusmärk tekib põhjusel, et pinge muutumise kiirus du/dt on tegelikult negatiivne suurus (pinge kahaneb, mitte ei kasva). Viimase võrrandi integreerimine annab

$$\ln u = -\frac{t}{RC} + \ln U_m,$$

kus suurus $\ln U_m = \ln u(0)$ on integreerimiskonstant, mille väärtus tuleneb teadmisest, et alghetkel ($t = 0$) ka $-t/RC = 0$. Samas on kondensaatori pinge alghetkel $u(0)$ võrdne varem saavutatud maksimaalse väärtusega U_m .

Saame $\ln u - \ln U_m = \ln \frac{u}{U_m} = -\frac{t}{RC}$, mille antilogarimimine annab

$$\frac{u}{U_m} = e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ehk} \quad u = U_m e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{või} \quad u(t) = U_m e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

See on kahanev eksponentfunktsioon, mille järgi kondensaatori pinge $u(t)$ väheneb algväärtusest U_m kuni nullini sama ajateguriga $\tau = RC$, mis kirjeldas pinge kasvu. Veendugem ka, et kui $t = 0$, siis $\exp(-t/\tau) = \exp 0 = 1$ ja $u(t) = U_m$. Samas kui $t \rightarrow \infty$, siis $\exp(-t/\tau)$ läheneb nullile ja $u(t) \rightarrow 0$. Kuna $i(t) = u(t)/R$, siis kahaneb kondensaatori tühjenemisvool $i(t)$ samamoodi eksponentsiaalselt nagu pingegi:

$$i(t) = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{kus } I_m = U_m/R.$$

Ajategur $\tau = RC$ on nüüd aeg, mille jooksul pinge või voolutugevus kahanevad arv $e = 2,7183...$ korda (ca 37%-ni oma algväärtusest) või siis aeg, mille jooksul protsess lõpeks, kui jääks kehtima algne lineaarne kahanemisseadus.

Kondensaatori laadumisseadust $u(t) = U_m(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ja tühjenemisseadust

$u(t) = U_m e^{-\frac{t}{\tau}}$, kus suurus $\tau = RC$ on ahela **ajategur** (ingl *time constant*), nimetatakse ka RC -ahela **siirdekarakteristikuteks** (*transient response*).

Kui lasta voolutugevuse väärtuseni I_m viidud induktoril nüüd tekitada voolu läbi aktiivse takistuse R , siis toimib induktor temas sisalduva magnetvälja energia arvel vooluallikana, mille pinge $u(t)$ ajas väheneb. Siiski kehtib igal hetkel Ohmi seadus $u(t) = iR$, millest

$$u(t) = -L \frac{di}{dt} = iR \quad \text{ehk} \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt.$$

Miinusmärk näitab jällegi, et voolu muutumise kiirus di/dt on tegelikult negatiivne suurus (voolutugevus kahaneb, mitte ei kasva). Viimase võrrandi integreerimine annab

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + \ln I_m,$$

kus suurus $\ln I_m = \ln i(0)$ on integreerimiskonstant, mille väärtus tuleneb teadmisest, et alghetkel ($t = 0$) ka $-(R/L)t = 0$. Samas on voolutugevus ahelas alghetkel $i(0)$ võrdne varem saavutatud maksimaalse vooluga I_m .

Saame $\ln i - \ln I_m = \ln \frac{i}{I_m} = -\frac{R}{L}t$, mille antilogarimimine annab

$$\frac{i}{I_m} = e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{ehk} \quad i = I_m e^{-\frac{t}{L/R}} \quad \text{või} \quad i(t) = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

See on kahanev eksponentfunktsioon, mille järgi voolutugevus ahelas $i(t)$ väheneb algväärtusest I_m kuni nullini sama ajateguriga $\tau = L/R$, mis kirjeldas voolu kasvu. Veendugem ka, et kui $t = 0$, siis $\exp(-t/\tau) = \exp 0 = 1$ ja $i(t) = I_m$. Samas kui $t \rightarrow \infty$, siis $\exp(-t/\tau)$ läheneb nullile ja $u(t) \rightarrow 0$. Kuna $u(t) = i(t)R$, siis kahaneb pinge induktoril $u(t)$ samamoodi eksponentsiaalselt nagu voolutugevus:

$$u(t) = U_m e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{kus } U_m = I_m R.$$

Ajategur $\tau = L/R$ on nüüd aeg, mille jooksul pinge või voolutugevus kahanevad arv $e = 2,7183...$ korda (ca 37%-ni oma algväärtusest) või siis aeg, mille jooksul protsess lõpeks, kui jääks kehtima algne lineaarne kahanemisseadus.

Induktori voolu kasvamisseadust $i(t) = I_m(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ja kahanemisseadust

$i(t) = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}$, kus suurus $\tau = L/R$ on ahela **ajategur** (ingl *time constant*), nimetatakse ka RL -ahela **siirdekarakteristikuteks** (*transient response*).