

# INTERFERENTS

## Saateks

Eelmine interferentsialaseid praktikumitöid sisaldav õppevahend – Optika praktikum VI – on pärit 1989. aastast. Möödunud aja jooksul on muutunud oluliselt andmetöötluse vahendid ning mõningal määral ka eksperimenditehnika võimalused. Seetõttu oli otstarbekas mitte piirduda üksikute tööde juhendite täiendamisega, vaid esitada uuesti (ja oluliselt modifitseeritud kujul) ka interferentsi teoreetiliste aluste osa.

Praktikumitööde täiustamine on toimunud Hans Korge, Peeter Parise ja allakirjutanu ühistöö tulemusena.

Mitmeid probleeme on õppevahendis käsitletud detailsemalt, kui optikaloengute veebis. Seetõttu arvan, et kirjapandu annab lisainfot ka loengukursusele.

Leitud vigadest palun teatada: matti.laan@ut.ee

Mai 2008

Matti Laan

## 1. Teoreetilised alused

Kui elektromagnetlaine sagedus  $\nu$  on vahemikus  $(4-7) \cdot 10^{14}$  Hz, on meil tegemist nähtava valgusega. Selles sageduste diapsoonis on kõik valguse mõõdetavad energeetilised karakteristikud ühel või teisel viisil seotud kiiritustihedusega<sup>1</sup>

$$I = \frac{1}{2} \nu \epsilon_0 E_0^2,$$

kus  $\epsilon_0$  on elektriline konstant,  $\epsilon$  - keskkonna dielektriline läbitavus,  $\nu$  – valguse faasikiirus ja  $E_0$  on valguse elektrivälja tugevuse amplituudväärtus. Kiiritustihedus on üle perioodi keskmistatud energiavoog, mis läbib ajaühikus valguse levikusuunaga ristiolevat ühikulist pinda ja tema SI dimensioon on  $W m^{-2}$ . Kui eksperimendis ei ole vaja teha absoluutmõõtmisi, siis piisab teadmisest, et kiiritustihedus on võrdeline amplituudi ruuduga

$$I \propto E_0^2 \quad (1.1).$$

### 1.1 Interferentsi põhimõisted

Mistahes lainete (lained veepinnal, akustilised lained, elektromagnetlained jne.) kattumisel mingis ruumi piirkonnas võib toimuda energia ümberjaotumine ruumis. Selliseid energia ümberjaotumise efekte vaadeldakse interferentsi- ja difraktsiooniteoorias.

Interferentsi põhimõisted toome sisse eeldusel, et meil on tegemist monokromaatiliste lainetega. Rangelt monokromaatilise laine kestus on lõpmatu ja tema sagedus  $\omega = 2\pi\nu$ , amplituud  $E_0$  ja

---

<sup>1</sup> Tihtipeale, valdavalt vanemas kirjanduses, kasutatakse *kiiritustiheduse* (ing. k. irradiance) asemel terminit *intensiivsus*

algfaas  $\delta$  ajas ei muutu. Mingis lainevektoriga  $\vec{k}$  määratud suunas levivat monokromaatilist tasalainet kirjeldab lainefunktsioon, mida võib esitada nii

$$\text{trigonomeetrilisel} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta) \quad (1.2)$$

$$\text{kui ka komplekskujul} \quad \vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta)] \quad (1.3).$$

Siin on  $\vec{r}$  lainefrondi suvalise punkti kohavektor.

Kohtugu ruumpunktis P, mille kohavektor on  $\vec{r}$ , kaks monokromaatilist valguslainet, mille elektrivälja tugevused on  $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \exp[i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \delta_1)]$  ja  $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \exp[i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \delta_2)]$ . Vastavalt superpositsiooniprintsiibile on summaarne väli selles punktis  $\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Summaarse kiiritustiheduse leidmiseks arvestame, et  $EE^* = |\vec{E}_0|^2$ :

$$\vec{E}_{0\Sigma}^2 = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^* = E_{01}^2 + E_{02}^2 + E_1 E_2^* + E_1^* E_2.$$

Teisendame

$$\vec{E}_1 \vec{E}_2^* + \vec{E}_1^* \vec{E}_2 = \vec{E}_{10} \vec{E}_{20} \left\{ \exp[i((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + (\delta_1 - \delta_2))] + \exp[-i((\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + (\delta_1 - \delta_2))] \right\}.$$

Kui tähistada  $\delta = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + (\delta_1 - \delta_2)$ ,

siis  $\vec{E}_1 \vec{E}_2^* + \vec{E}_1^* \vec{E}_2 = \vec{E}_{10} \vec{E}_{20} \{ \exp[i\delta] + \exp[-i\delta] \} = 2\vec{E}_{10} \vec{E}_{20} \cos \delta$  ja

$$I_\Sigma \propto \vec{E}_{0\Sigma}^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2\vec{E}_{10} \vec{E}_{20} \cos \delta.$$

Näeme, et sõltuvalt interferentsiliikme  $2\vec{E}_{10} \vec{E}_{20} \cos \delta$  väärtusest võib summaarne kiiritustihedus  $I_\Sigma$  vaatluspunktis erineda summast  $I_1 + I_2$ . Interferentsiliige on alati null, kui  $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$ . Edaspidi vaatleme vaid juhtu, kui vektorid  $\vec{E}_1$  ja  $\vec{E}_2$  on kas paralleelsed või antiparalleelsed<sup>2</sup>.

Sel juhul avaldub kiiritustihedus

$$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (1.4)$$

st kiiritustiheduse väärtus punktis P oleneb lainetevahelisest faasivahest  $\delta$  selles punktis.

Kui faasivahe on  $\delta = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), siis  $I_\Sigma = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$  (1.5a)  
ja erijuhtumil  $I_1 = I_2 = I_0$   $I_\Sigma = 4I_0$ .

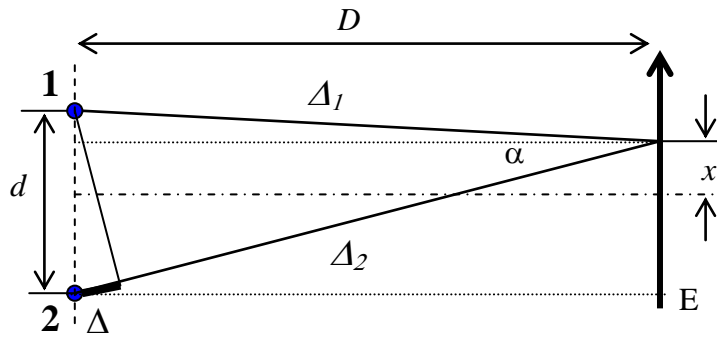
Kui faasivahe on  $\delta = (2m+1)\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), siis  $I_\Sigma = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$  (1.5b)  
ja erijuhtumil  $I_1 = I_2 = I_0$   $I_\Sigma = 0$

**Kokkuvõtvalt:** kiiritustihedus on maksimaalne, kui lained kohtuvad faasis ja minimaalne, kui lained kohtuvad vastasfaasis. Vahepealsetel  $\delta$  väärtustel omab ka kiiritustihedus vahepealset väärtust.

Kiiraku joonisel 1.1 valgusallikad **1** ja **2** monokromaatilisi laineid, kusjuures loeme, et  $\delta_1 = \delta_2 = 0$ . Olgu vaatlusekraan E risti katseseadme sümmeetriateljega. Jälgime kiiritustiheduse jaotust piki sihti, mis on valgusallikatega samas tasandis. Allikatevaheline kaugus  $d$  ja vaatluspunkti kaugus  $x$  sümmeetriateljest on palju väiksemad kui ekraani kaugus allikatest. Siis võib lugeda, et 1) ekraanil kohtuvad tasalained, 2) kiirtevaheline<sup>3</sup> nurk avaldub nagu  $\alpha = d/D$ .

<sup>2</sup> Ühesihiline komponent puudub väljadel vaid juhul, kui lained on lineaarselt polariseeritud ristasandites.

<sup>3</sup> Isotroopses keskkonnas ühtib kiire, so energia, levikusuund lainevektori suunaga.



Joonis 1.1. Punktallikad 1 ja 2 kiirgavad laineid samas faasis (sünkroonselt). Kuna ekraani E mingisse punkti jõudmiseks läbivad lained erinevad teepikkused, siis on selles punktis lainete vahel faasivahe.

Allikatest 1 ja 2 lähtuvad lained läbivad vaatluspunkti jõudmisel erinevad teepikkused, teepikkuste vahet  $\Delta = \Delta_2 - \Delta_1$  nimetatakse käiguvaheks. Faasivahe vaatluspunkti jõudvate lainete vahel on  $\delta = k\Delta$ . Lähtudes sellest seosest võib avaldada kiiritustiheduse maksimumi ja miinimumi tingimused (1.5a ja 1.5b) käiguvahe kaudu:

$$\text{Maksimumid: } \delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = 2m\pi \quad \rightarrow \quad \Delta = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.6a)$$

$$\text{Miinimumid: } \delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = (2m+1)\pi \quad \rightarrow \quad \Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.6b)$$

$m$  on interferentsijärk ja ta võrdub käiguvahega, mõõdetuna lainepikkuste kordsetes:

$$m = \Delta / \lambda. \quad (1.7)$$

Tingimused (1.6a ja 1.6b) on vahetult rakendatavad juhul, kui interfereeruvad kiired levivad sama murdumisnäitajaga keskkondades. Üldjuhul aga võivad keskkondade murdumisnäitajad erineda ja/või murdumisnäitaja võib muutuda ka ühe interfereeruva kiire teel. Kui valgus levib keskkonnas murdumisnäitajaga  $n$ , siis avaldub tema lainepikkus nagu  $\lambda_n = \lambda_0/n$ , kus  $\lambda_0$  on lainepikkus vaakumis. Lõigule pikkusega  $L$  mahub keskkonnas, mille murdumisnäitaja on  $n$ ,  $\frac{L}{\lambda_0/n}$  lainepikkust. Vältimaks tülikat lainepikkuste ümberarvutamist iga konkreetse juhu puhul,

on kasutusel optilise teepikkuse mõiste, mis võrdub geomeetrilise teepikkuse ja murdumisnäitaja korrutisega. Kui kiir levib keskkonnas murdumisnäitajaga  $n_1$  lõigu  $L_1$  ja keskkonnas murdumisnäitajaga  $n_2$  lõigu  $L_2$ , siis on selle kiire optiline teepikkus  $(n_1L_1 + n_2L_2)$ .

**Valemid (1.6) on rakendatavad mistahes juhul, kui  $\Delta$  on optiline käiguvahe ja  $\lambda$  –lainepikkus vaakumis.**

**Kokkuvõtvalt:** kui optiline käiguvahe on täisarv lainepikkusi (ehk paarisarv poollainepikkusi), on vaatluspunktis interferentsimaksimum. Kui käiguvahe on paaritu arv poollainepikkusi, siis on vaatluspunktis interferentsimiinimum.

Leiame seaduspära, mille järgi kiiritustihedus muutub piki ekraanil olevat sihti. Joonise 1.1 põhjal võib kirjutada

$$\Delta_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \quad \text{ja} \quad \Delta_2^2 = D^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2,$$

millest  $\Delta_1 - \Delta_2 = 2xd$  ehk  $(\Delta_1 - \Delta_2)(\Delta_1 + \Delta_2) = 2xd$ . Kuna  $x \ll D$ , siis  $\Delta_1 + \Delta_2 \approx 2D$  ja

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \Delta = \frac{x \cdot d}{D} = \alpha \cdot x. \quad (1.8),$$

kus  $\alpha$  on nurk interfereeruvate kiirte vahel. Teisendame nüüd valemite (1.4):

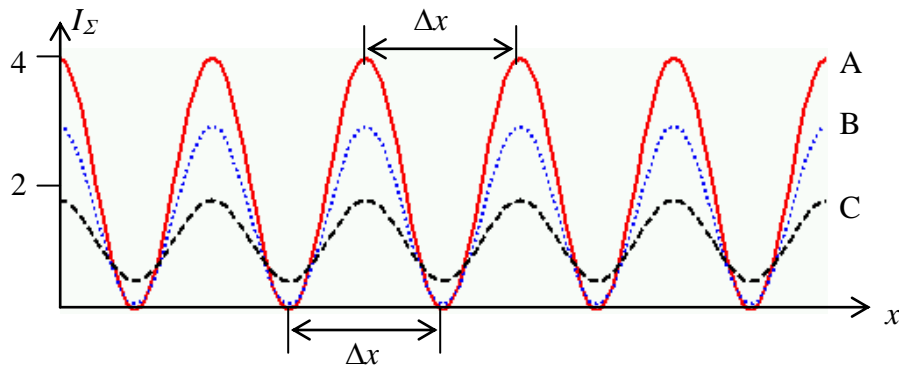
$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos k\Delta = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \alpha \cdot x\right) \quad (1.9).$$

Valemist on näha, et kiiritustihedus muutub piki ekraani  $x$ -telge perioodiliselt. Ruumilist perioodi

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\alpha} \quad (1.10)$$

nimetatakse interferentsiriba laiuseks.  $\Delta x$  on vahemaa kahe lähima punkti vahel, milles kiiritustihedus omab sama väärtust. Kui  $I_1 = I_2 = I_0$ , saame

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\Delta x} x\right). \quad (1.11)$$



Joonis 1.2. Kiiritustiheduse jaotus vaatekraanil erinevatel kiiritustiheduste väärtustel. Kõigil kolmel juhul on  $I_1 = 1$ , sõltuvustele A, B ja C vastab  $I_2 = 1; 0,5; 0,1$ .

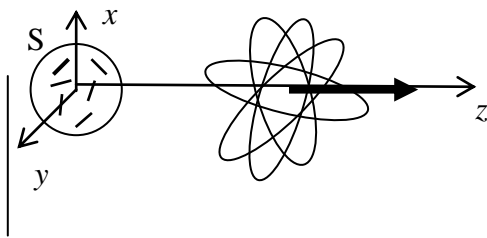
Joonisel 1.2 toodud sõltuvused on arvutatud valemi (1.9) järgi. On näha, et interferentsipildi kontrastsus sõltub suhtest  $I_2/I_1$ . Interferentsipildi kontrastsust iseloomustatakse nähtavuse funktsiooniga:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (1.12),$$

kus  $I_{\max}$  ja  $I_{\min}$  on vastavalt  $I_{\Sigma}$  maksimaalne ja minimaalne väärtus. Nähtavuse funktsioon omab väärtusi vahemikus  $0 \leq V \leq 1$ . Joonise 2 juhtudel on  $V_A = 1$ ;  $V_B = 0,94$ ;  $V_C = 0,54$ .

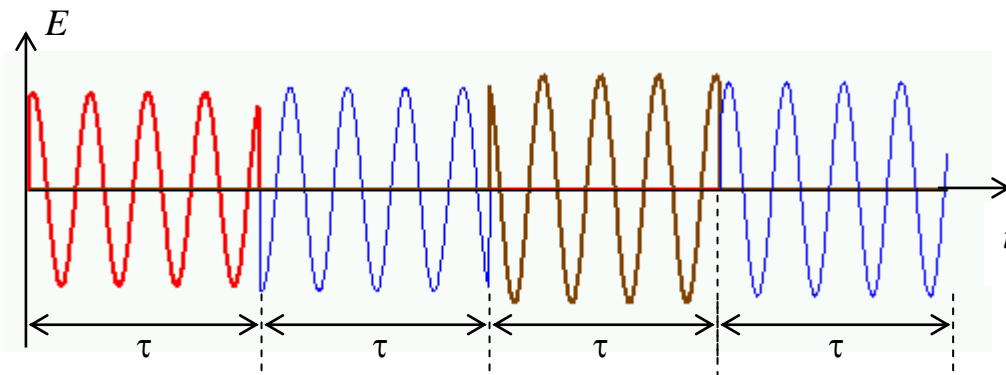
## 1.2. Koherentsus

Ideaalseid monokromaatilisi valgusallikaid ei eksisteeri. Reaalsed valgusallikad koosnevad suurest hulgast ( $N \gg 1$ ) aatomitest/molekulidest. Valdavas enamikus valgusallikates (v.a. laserid) indutseeritakse aatomites dipoolmomendid, mille teljed on orienteeritud kaootiliselt. Dipool kiirgab valgust kõigis suundades v.a. oma telg:  $z$ -telje suunas saadavad laine vaid need dipoolid, mis omavad  $x$ - ja  $y$ -telje suunalist komponenti. Kuna erinevate dipoolide kiirgus algab juhuslikul ajamomendil, siis on  $z$ -telje suunas leviva laine elektrivälja ristkomponentide vahel faasivahe, s.t. mingil ajamomendil on valgus elliptiliselt polariseeritud. Mingi statistiliselt keskmise aja  $\tau$  jooksul dipooli kiirgus katkeb (nt põrgete tõttu) ja hakkab kiirgama teine rühm aatomeid. Selle tulemusena levib  $z$ -telje suunas elliptiliselt polariseeritud lainete jada, kusjuures ellipsite orientatsioon muutub juhuslikul viisil (joonis 1.3).



Joonis 1.3. Valgusallikas S saadab  $z$ -telje sihis elliptiliselt polariseeritud lainete jada. Keskmiselt aja  $\tau$  pärast muutub ellipsi orientatsioon juhuslikul viisil.

Joonisel 1.4 on kujutatud valguse elektrivälja  $x$ -telje suunalise komponendi ajaline muutumine mingis  $z$ -telje punktis: valgust kiiratakse pakettidena. Aja  $\tau$  jooksul iseloomustab võnkumist kindel algaas  $\delta$  väärtus, seejärel muutub algaas juhuslikul viisil ja mingil määral muutub ka võnkumiste amplituud.



Joonis 1.4. Suure hulga aatomite poolt kiiratud laine: aja  $\tau$  jooksul võib lageda, et summaarse laine algaas ja amplituud ei muutu.

Aeg  $\tau$  – koherentsuse aeg – on määratud valgusallikas toimuvate protsessidega; loomulike valgusallikate puhul on ta  $10^{-8}$  s ja väiksem ja mõnede laserite puhul võib  $\tau \sim 10^{-3}$  s.

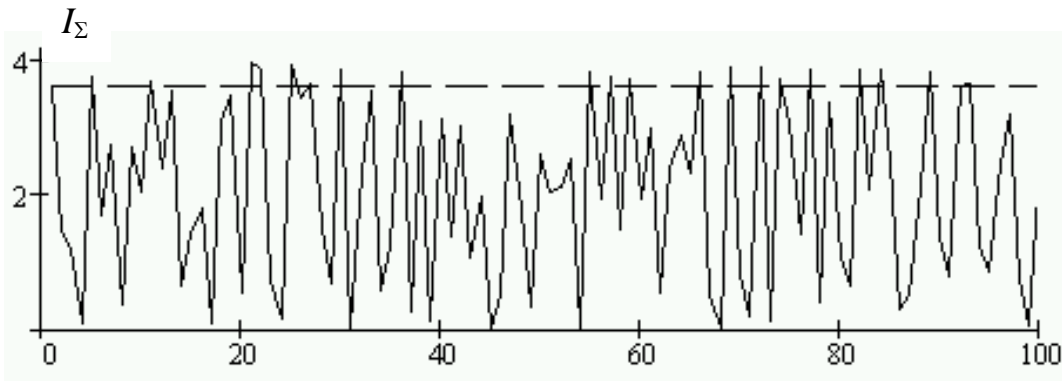
Siinuspaketile, mille kestus on  $\tau$ , vastav spekter ei koosne enam ühest sagedusest, vaid teda iseloomustab sagedusintervall  $\Delta\omega$ , mida saab leida vastavalt seosele

$$\Delta\omega \tau \approx 2\pi \quad (1.13).$$

Kui mingi laine

$$E = E_0(t) \cos(\omega_0 t - kz + \delta(t))$$

puhul on  $E_0(t) = \text{const}$  aja jooksul, mis on palju suurem perioodist  $T$  ja  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , siis on meil tegemist kvaasimonokromaatilise lainega.



Joonis 1.5. Intensiivsuse ajaline muutus ekraani punktis P, kui seal kohtuvad kahest sõltumatust allikast lähtuvad lained. Kuna faasivahe on juhuslik suurus, siis muutub ka  $I_\Sigma$  juhuslikult piirides  $(0 I_0 - 4 I_0)$ . Kriipsjoon vastab kiiritustihedusele vaatluspunktis juhul, kui faasivahe ei muutu ajas.

Olgu nüüd allikad joonisel 1.1 sõltumatud kvaasimonokromaatiliste lainete allikad, st  $\delta(t) = \delta_1(t) - \delta_2(t)$  on juhuslik suurus. Sõltumatute allikate puhul on koherentsuse aja  $\tau$  jooksul mingis fikseeritud ekraani E punktis faasivahe konstantne ja  $I_\Sigma$  on leitav valemi (1.4) abil.

Järgneva siinuspaketi ajal omab  $\delta$  juba teist väärtust ja ka  $I_\Sigma$  on erinev. Faasivahe  $\delta$  juhuslikul muutmisel intervallis  $0 - 2\pi$  muutub kiiritustihedus vahemikus  $I_{\max} - I_{\min}$ . Joonisel 1.5 on kujutatud  $I_\Sigma$  ( $I_1 = I_2 = I_0$ ) muutumine aja  $100\tau$  jooksul punktis, kus käiguvahe  $\Delta = 0.1\Delta x$ . Kui keskmistada  $I_\Sigma$  üle aja  $100\tau$ , saaksime konkreetse näite puhul väärtuseks 2,003 ehk  $I_\Sigma \approx I_1 + I_2$ .

Kriipsjoon kujutab  $I_\Sigma$  väärtust selles punktis juhul, kui  $\delta = \text{const}$ .

Kas me sõltumatute allikate puhul näeme interferentsipilti või mitte, sõltub mõõteaparatuuri inertsusest. Kui registreerimisaeg  $\Delta t < \tau$ , siis on võimalik interferentsipildi, mille nähtavus  $V \approx 1$ , registreerimine. Kui  $\Delta t \gg \tau$ , siis  $V = 0$ . Statsionaarsel juhul, st  $\Delta t = \infty$ , on kahest sõltumatust allikast lähtuva laine interferentsipildi nähtavus  $V = 0$ .

**Kokkuvõtvalt:** nullist erineva nähtavuse saamiseks mistahes käiguvahe  $\Delta$  puhul on vaja, et vaatluspunktis ajaline keskvärtus

$$\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \cos \delta(t) dt = \overline{\cos \delta(t)} \neq 0. \quad (1.14)$$

Laineid, mille puhul see tingimus on täidetud, nimetatakse koherentseteks.

Statsionaarset interferentsipilti on võimalik saada, jaotades ühest valgusallikast lähtuva valguse kaheks. Koherentsete lainete saamiseks optikas on kaks meetodit :

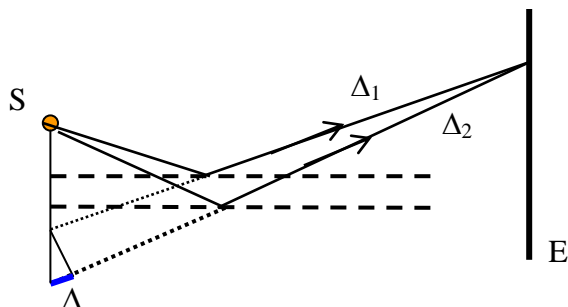
- 1) lainefrondi jagamise meetod, mis seisneb ühest valgusallikast pärineva valguse lainefrondi jaotamises kaheks;<sup>4</sup>
- 2) amplituudi jagamise meetod, kus valgusallikast lähtunud valguslaine jaotatakse kaheks osaliselt peegeldavate ja osaliselt läbilaskvate pindadega.

<sup>4</sup> Lainefrondi jaotamise meetodit kasutatakse mitmes klassikalises interferentsikatses (Youngi katse, Fresneli biprisma, Lloyd'i peegel, vt optikaveeb → Klassikalised katsed

### 1.3 Amplituudi jagamise meetod

Järgnevalt vaatleme koherentsete lainete saamist amplituudi jagamise meetodil.

Joonis 6 selgitab statsionaarse interferentsipildi saamise põhiideed.



Joonis 1.6. Punktallikast S lähtuv valgus peegeldub kahelt kriipsjoonega tähistatud pinnalt. Lainete vahel tekib käiguvahe

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1.$$

Pegelduvad lained kohtuvad ekraanil.

Olgu valgusallika S koherentsuse aeg  $\tau$ . Allikast lähtuv valgus jaotatakse kaheks laineks, millevaheline käiguvahe on  $\Delta$ . Ekraanil kohtuvad laine osad, mis väljusid allikast erinevatel momentidel  $t$  (laine 1) ja  $(t - \Delta/c)$  (laine 2);  $c$  on valguse kiirus. Selleks, et faasivahe  $\delta$  oleks ajas muutumatu, peab  $\Delta$  olema väiksem kui koherentsuse teepikkus  $L_c = c\tau$ . Vastasel juhul kohtuvad ekraanil eri siinuspakettidest lähtuvad lained, mille faasivahe on juhuslik suurus ja  $V = 0$ . Seega statsionaarse interferentsipildi saamise esmatingimuseks on:

$$\Delta_2 - \Delta_1 \leq L_c = c\tau \quad (1.15)$$

ehk: optiline käiguvahe peab olema väiksem kui koherentsuse teepikkus.

Kasutades seost (1.13), võib tingimuse (1.15) esitada ka kiirusallika poolt kiiratava lainepikkuste intervalli  $\delta\lambda$  kaudu:<sup>5</sup>

$$\Delta\omega \tau \approx 2\pi \rightarrow \Delta\nu\tau \approx 1 \rightarrow \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda\tau \approx 1.$$

$$\text{Kasutades seost (1.15), asendame } \tau: \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda\tau = \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{c} \rightarrow \Delta_{\max} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}. \quad (1.16)^6$$

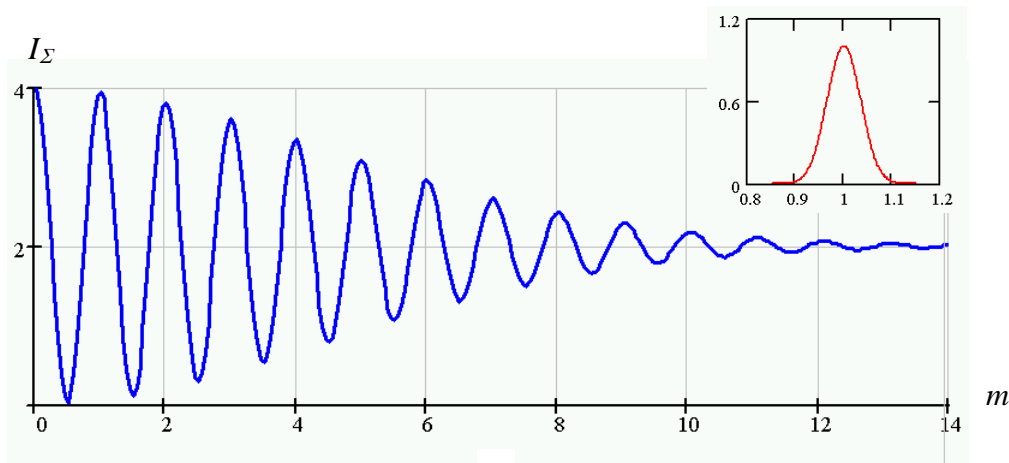
Tabel 1 Erinevate valgusallikate andmed

Valgusallikas	Lainepikkus $\lambda$ , nm	Poollaius $\delta\lambda$ , nm
Valgusdiod (LED)	520	40
Tavaline Na lamp	589,6	0,1
Madalrõhu Cd lamp	643,8	$1,3 \cdot 10^{-3}$
He/Ne laser	632,8	$10^{-8}$

Toodud erinevate valgusallikate spektrijoonte poollaiused on väga ligikaudsed. Sõltuvalt töörežiimist, töördhust jms võib erinevus ulatuda mitmete suurusjärgudeni.

<sup>5</sup>  $\nu = c/\lambda \rightarrow \text{diferentseerime} \rightarrow d\nu = \left| \frac{c}{\lambda^2} d\lambda \right|$

<sup>6</sup>  $\lambda$  on spektraalintervalli  $\delta\lambda$  keskmine lainepikkus.



Joonis 1.7 Summaarse kiiritustiheduse  $I_\Sigma$  jaotus sõltuvalt interferentsijärgust  $m$ . Valgusallika spekter on toodud joonise ülaosas: kiiratud energia on maksimaalne lainepikkusel  $\lambda = 1$  ja spektri laiusele  $\delta\lambda = 0,1$  vastab  $e$  korda maksimaalsest väiksem energia.

Valem (1.16) seob maksimaalse käiguvahe, mille puhul interferentsipilt on veel nähtav, allika poolt kiiratava spektri laiusega. Kasutades valemit (1.7) leiame maksimaalse interferentsijärgu  $m_{\max}$ , millest alates  $V \approx 0$ :

$$m_{\max} = \lambda / \delta\lambda \quad (1.17)$$

Mida kitsam on kiirguse spekter, seda kõrgemat järku interferentsiribasid on võimalik jälgida. Valem (1.17) on rakendatav kõigil juhtudel, kui kiirgus spektraalintervallis  $\delta\lambda$  on  pidev.

Joonis 1.7 demonstreerib, kuidas interferentsipilt muutub interferentsijärgu kasvades. See sõltuvus on leitud juhu jaoks, kui energiajaotus spektris vastab Gaussi jaotusele. Kui interferentsijärk  $m = 0$ , siis  $V = 1$ , kui aga  $m = 10$  (st joonisel toodud näite puhul  $m = m_{\max}$ ), siis  $V \approx 0,08$ .

Vaatleme nüüd juhtu, kui valgusallikas kiirgab kahel  diskreetsel lainepikkusel  $\lambda$  ja  $\lambda + \Delta\lambda$ <sup>7</sup>. Kui  $m = 0$ , siis mõlema lainepikkuse interferentsimaksimumid langevad kokku ja  $V = 1$ , interferentsijärgu suurenedes suureneb ka nihe erinevate lainepikkuste vahel ja nähtavus väheneb (joonis 1.8). Interferentsiribad kaovad ( $V = 0$ ), kui ühe lainepikkuse miinimumi asukoht langeb kokku teise lainepikkuse maksimumiga

$$(m + 1/2)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda) \quad \text{ehk} \quad m_{V=0} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \quad (1.18).$$

Edasisel interferentsijärgu suurenemisel nähtavus  $V$  kasvab ja kui  $m' = 2m_{V=0}$ , siis  $V \approx 1$ .

Interferentsipildi nähtavus sõltub interferentsi järgust perioodiliselt: alati, kui on täidetud tingimus

$$(m + m')\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda),$$

kus  $m$ ,  $m'$  on täisarvud, on kohakuti mõlema lainepikkuse interferentsimaksimumid ja seega  $V = 1$ . Kui aga

<sup>7</sup> Siin eeldame, et kummagi spektrijoone laius  $\delta\lambda$  on palju väiksem, kui  $\Delta\lambda$ .

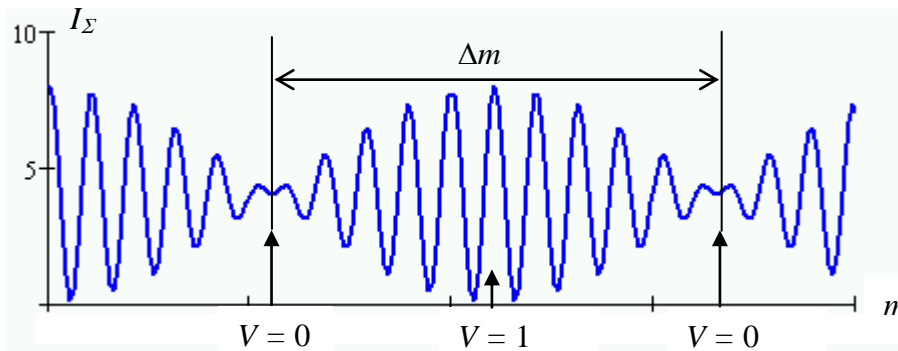


$$(m + m' + 1/2)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda) \quad (1.19),$$

siis interferentsiribad kaovad ehk  $V = 0$ .

Seosest (1.18) järeldub, et interferentsijärkude vahe, mis iseloomustab sama nähtavusega interferentsipildi perioodilisust (joonis 1.8), avaldub kujul

$$\Delta m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (1.20)$$



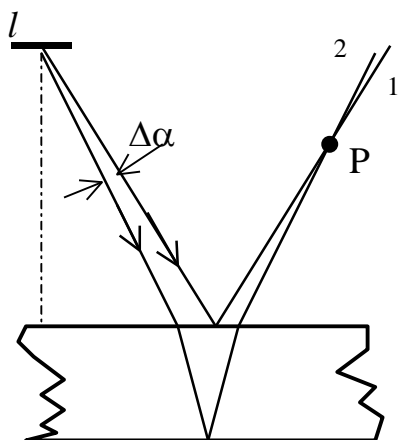
Joonis 1.8. Kiiritustiheduse  $I_\Sigma$  sõltuvus interferentsijärgust  $m$ , kui valgusallikas kiirgab kahel diskreetsel lainepikkusel  $\lambda$  ja  $\lambda + \Delta\lambda$ . Mõlemal lainepikkusel on kiiritustihedused võrdsed.

Interferentsipildi nähtavus sõltub ka valgusallika lineaarmõõtmest  $l$ . Saab näidata, et kui interferentsipilt tekib joonisel 1.9 toodud skeemi kohaselt, siis on interferentsiribad piisavalt kontrastsed juhul, kui on täidetud tingimus

$$l \sin \alpha \Delta\alpha < \lambda/2 \quad (1.21)^8$$

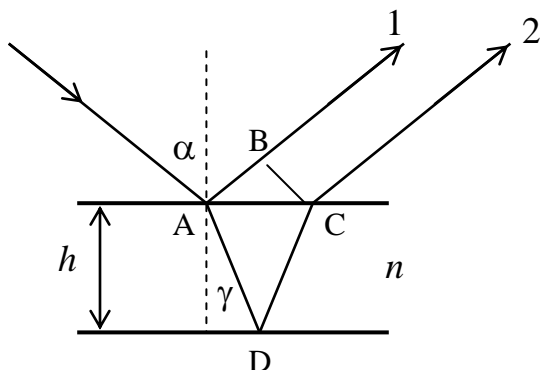
kus  $l$  on valgusallika lineaarmõõde,  $\alpha$  – langemisnurk,  $\Delta\alpha$  – maksimaalne nurk nende kiirte langemisnurkade vahel, mis pärast peegeldumist on veel koherentsed. Kui on tegemist punktallikaga ( $l \rightarrow 0$ ), siis on interferentsipilt nähtav mistahes ruumipiirkonnas, ta on lokaliseerimata. Lõplike mõõtmetega allika puhul on aga interferentsipilt nähtav vaid piiratud ruumiosas st interferentsipilt on lokaliseeritud. Mida suuremad on allika mõõtmed, seda väiksem on nurk  $\Delta\alpha$  ja seda piiratumas ruumiosas on interferentsipildi nähtavus nullist erinev.

<sup>8</sup> See seos on konkreetse skeemi jaoks tuletatud üldisest ruumilise koherentsuse tingimusest, vt optikaveeb → Koherentsus → Ruumiline koherentsus.



Joonis 1.9. Interferentsipilt tekib lainete peegeldumisel tasaparalleelselt plaadilt.  $V \neq 0$  vaid nende kiirte puhul, mis lõikuvad plaadist kaugemal kui punkt P.

Lähtudes tingimusest (1.21), hindame nurka  $\Delta\alpha$ . Olgu lainepikkus  $\lambda = 600$  nm,  $l = 1$  mm ja  $\alpha = 30^\circ$ . Saame, et  $\Delta\alpha \approx 2'$  st praktiliselt on tegemist juhuga, kus koherentsed kiired saadakse ühest plaadile langevast kiirest tema kahel järjestikusel peegeldumisel õhus oleva plaadi pindadelt. Leiame sellel juhul nende kiirte vahelise optilise käiguvaha (joonis 1.10).



Joonis 1.10. Optilise käiguvaha leidmine kiirte 1 ja 2 vahel.

Kuna kiired 1 ja 2 on paralleelsed, siis õhus läbib kiir 1 lõigu AB võrra pikema tee. Kiir 2 aga läbib keskkonnas murdumisnäitajaga  $n$  teepikkuse  $AD+CD$ . Lisaks selle saadakse kiir 1 peegeldumisel suurema murdumisnäitajaga keskkonnalt st toimub faasihüpe  $\pi$  võrra. Faasi muutumisele  $\pi$  võrra aga vastab optilise teepikkuse muutumine  $\lambda/2$  võrra<sup>9</sup>. Seega optiline käiguvaha kiirte 1 ja 2 vahel on:

$$\Delta = (AD+CD)n - AB + \lambda/2.$$

Jooniselt näeme, et  $AD = CD = \frac{AC}{2} \frac{1}{\sin \gamma}$ ,  $AB = AC \sin \alpha$  ning  $\frac{AC}{2} = h \tan \gamma$ .

Arvestades ka murdumisnäitajast  $\sin \alpha = n \sin \gamma$ , saame peale teisendusi optiliseks käiguvahaks

$$\Delta = 2hn \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} \quad (1.22a)$$

<sup>9</sup> Üldjuhul ei pruugi optilisele käiguvahale lisanduda  $\lambda/2$ . Nt: kui klaasplaat lebab suurema murdumisnäitajaga keskkonna pinnal, siis toimub ka peegeldumisel alumiselt pinnalt faasihüpe  $\pi$  võrra ja seega faasi muutused ülemisel ja alumisel pinnal kompenseerivad teineteist.

ehk langemisnurga kaudu 
$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} \quad (1.22b).$$

Kui  $\Delta = m\lambda$ , siis on kiirte 1 ja 2 levikusuunas tegemist interferentsimaksimumiga, kui aga  $\Delta = (m+1/2)\lambda$ , siis miinimumiga.

Antud murdumisnäitajaga klaasplaadi puhul on  $\Delta$  funktsioon nii plaadi paksusest  $h$  kui ka langemisnurgast  $\alpha$ . Vaatleme kahte erijuhtu:

1. Langegu hajuv kiirtekimp tasaparalleelsele klaasplaadile, mille murdumisnäitaja on  $n$  ja paksus  $-h$  (joonis 1.11A). Sel juhul sõltub optiline käiguvahe vaid langemisnurgast: meil on tegemist samakalde interferentsiga. Lõplike mõõtmetega valgusallika puhul on koherentsed vaid paralleelsed kiired 1 ja 2, st interferentsipilt on lokaliseeritud lõpmatusse. Kui plaadi keskristsirge läbib valgusallikat ja vaatekraan on paralleelne plaadi pinnaga, siis sümmeetriakaalutlustest on ilmne, et interferentsipilt koosneb kontsentristest heledatest ja tumedatest rõngastest. Valemist (1.22b) järeldub, et langemisnurga  $\alpha$  vähenedes optiline käiguvahe  $\Delta$  ja seega ka interferentsijärk  $m = \Delta/\lambda$  suureneb. Maksimaalne on interfeerentsijärk juhul, kui  $\alpha = 0$  ja ta võrdub klaasplaadi kahekordse optilise paksusega  $2hn$

$$M_{\max} = \frac{2hn}{\lambda} \quad (1.23)^{10}$$

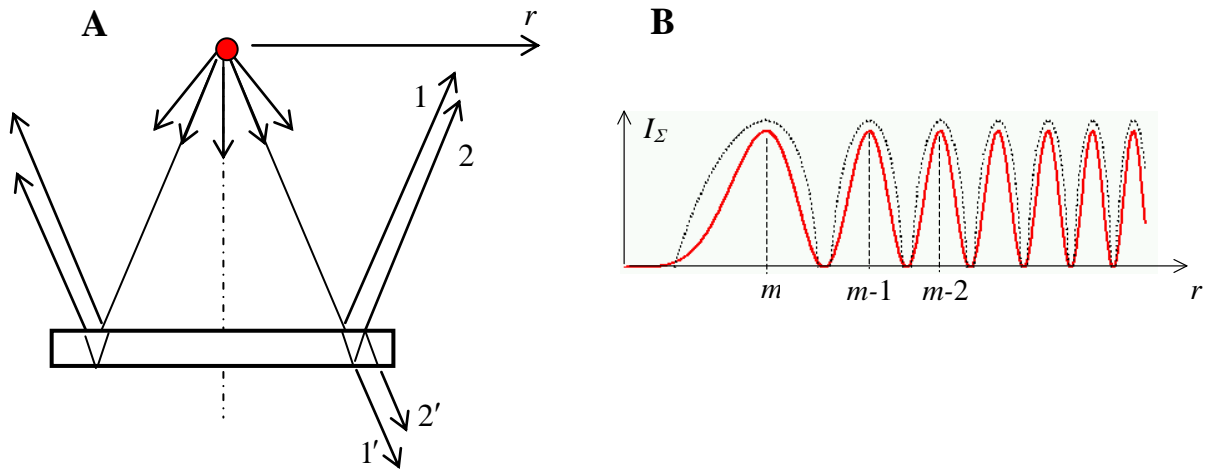
Joonisel 1.11B on toodud kiiritustiheduse jaotus piki interferentsirõngaste raadiust. Jaotus vastab sellisele plaadi paksusele, kui interferentsipildi tsentris on kiiritustihedus minimaalne. Kuna inimese silma tundlikkus on võrdeline logaritmiga kiiritustihedusest, siis tunduvad tumedad interferentsirõngad kitsamatena kui heledad.

2. Kui muutuva paksusega plaadile langeb paralleelne kiirtekimp ( $\alpha = \text{const}$ ), siis sõltub  $\Delta$  vaid plaadi optilisest paksusest antud kohas – meil on tegemist samapaksuse interferentsiga (joonis 1.12). Mida suurem on optiline paksus, seda suurem on ka interferentsijärk  $m$ . Kui plaat on kiilukujuline, siis on interferentsiribad sirged, mis on paralleelsed kiilu servaga. Joonisel 1.12A koherentsed kiired lõikuvad – interferentsiribad on tõelised. Joonisel 1.12B lõikuvad kiirte pikendused – interferentsiribad on näivad ja nende vaatlemiseks on vajalik täiendav fokuseeriv optika (silm, mikroskoop). Samapaksuse ribade lokaliseerimine sõltub valguse langemisnurgast  $\alpha$  ja kiilu nurgast  $\varphi$ . Interferentsiribad on lokaliseeritud seda lähemale kile pinnale, mida väiksem on nurk  $\alpha$ . Valguse normaalse langemise korral ( $\alpha = 0$ ) on samapaksusribad lokaliseeritud kile pinnale. Nullist erineva langemisnurga  $\alpha$  korral on interferentsipilt lokaliseeritud seda kaugemale kile pinnast, mida väiksem on kiilu nurk  $\varphi$ .

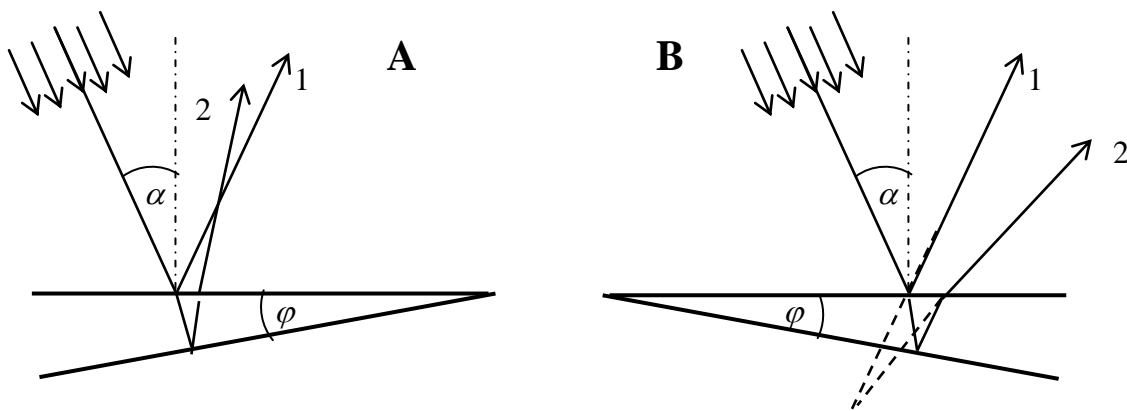
Tegelikuses ei realiseeru puhtal kujul kumbki kirjeldatud erijuht, sest ühegi klaasplaadi pinnad pole ideaalselt tasaparalleelsed ja kiilukujulisele plaadile langev kiirtekimp iseloomustab alati mingi lõplik lahkumisnurk  $\delta\alpha$ .

Märkigem, et ka plaate läbivad kiired on koherentsed (kiired 1' ja 2' joonisel 1.11A), kuid kuna  $I_1 \gg I_2$ , siis interferentsipildi nähtavus  $V \approx 0$ .

<sup>10</sup> Rõhutagem, et  $m_{\max}$  (valem 1.17) iseloomustab valgusallikat, kuid  $M_{\max}$  on plaadi karakteristik. Selleks, et antud plaadi puhul oleks interferentsipildi keskel  $V > 0$ , peab  $m_{\max} > M_{\max}$ .



Joonis 1.11 Tasaparalleelsele plaadile ( $h = \text{const}$ ) langeb hajuv kiirtekimp; samakalde interferentsipilt on lokaliseeritud lõpmatuses. A: interferentsipilt on sümmeetriline kriipsjoonega tähistatud sirge suhtes B: kiiritustiheduse jaotus piki interferentsirõngaste raadiust, punktiirjoon on võrdeline logaritmiga kiiritustihedusest.



Joonis 1.12 Kiilukujulisele plaadile langeb langeb paralleelne kiirtekimp; samapaksuse interferentsipilt on lokaliseeritud pinna lähedal. A: lõikuvad koherentsed kiired; B: lõikuvad koherentsete kiirte pikendused.

## 2. PRAKTILISED TÖÖD

Lisaks igale konkreetsele tööjuhendile tuleb eelvastamisel teada teoreetilisest osast järgmiste mõistete sisu:

- Monokromaatiline ja kvaasimonokromaatiline laine
- Interferentsimaksimumi ja – miinimumi tingimused faasivahe ja käiguvahe kaudu
- Interferentsijärk, maksimaalne interferentsijärk
- Optiline käiguvahe
- Interferentsipildi nähtavus
- Koherentsuse aeg ja koherentsuse teepikkus
- Statsionaarse interferentsipildi saamise põhiidee
- Amplituudi jagamise meetod, optiline käiguvahe kahel järjestikusel peegeldumisel
- Valgusallika mõõtmete mõju interferentsipildi nähtavusele, interferentsipildi lokaliseeritus
- Samakalde ja samapaksuse interferents

Tööd Int 1 ja Int 2 tehakse ühe praktikumi jooksul.

### Int 1. Valguse interferents tasaparalleelsel plaadil

#### Tööülesanne

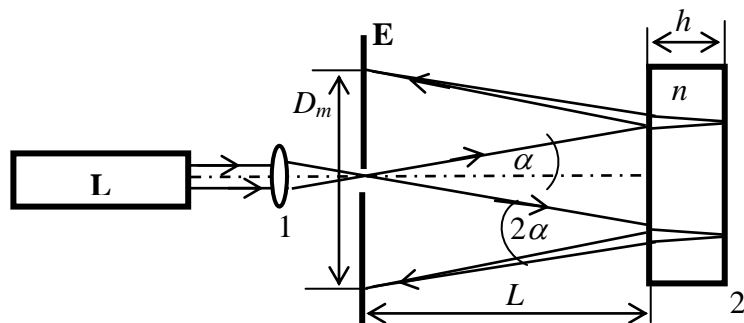
Samakalde interferentsipildi uurimine. Tasaparalleelse klaasplaadi murdumisnäitaja  $n$  ja maksimaalse inreferentsijärgu  $M_{max}$  määramine. Tutvumine valguse interferentsiga tasaparalleelses plaadis.

#### Katsevahendid

Tasaparalleelne klaasplaat ( $h = 18,125$  mm) justeerimisalusel, He/Ne laser ( $\lambda = 543,5$  nm), ekraan, nihik, mõõtevarras.

#### Katseseade

Ekspriimendi optiline skeem on esitatud joonisel 2.1.



Joonis 2.1 Katseskeem samakalderibade jälgimiseks: L- laser; 1 – koondav lääts (mikroskoobi objektiiiv), E – vaatlusekraan, mille keskel on väike ava; 2- tasaparalleelne klaasplaat reguleeritaval aluslaul.

Kõik detailid paiknevad ratsurites, mida saab nihutada piki millimeeterskaalaga varustatud optilist siini. Valgusallikana kasutatakse gaaslaserit L, millest lähtuva valguse koherentsuse teepikkus on suur. Lääts 2 koondab talle langeva paralleelse kiirtekimbu fookusesse. Läätsena kasutatakse lühikese fookusekaugusega mikroskoobi objektiivi ja võib lugeda, et fookus on ekraani E tasandis. Lääts fookus on punktvalgusallikaks, millest langeb tasaparalleelsele klaasplaadile paksusega  $h$  ja murdumisnäitajaga  $n$  hajuv kiirtekimp. Erinevate langemisnurkade all klaasplaadile langev valgus peegeldub osaliselt tema esi- ja tagapinnalt ja ekraanil E tekib rõngastekujuline samakalde interferentsipilt<sup>11</sup>. Kuna on tegemist punktvalgusallikaga, siis on interferentsipilt lokaliseerimata st teda võib jälgida mistahes ekraani ja klaasplaadi vahelisel kaugusel  $L$ .

## Lähteseosed

Interferentsipildi visuaalsel vaatlusel on tumedad rõngad kitsamad (vt joonis 1.11B) ja seepärast saab nende asukohta määrata täpsemalt. Valemi (1.22a) alusel on  $m$ -nda tumeda rõnga (interferentsimiinimumi) asukoht määratud tingimusega

$$2hn \cos \gamma_m + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \rightarrow \quad 2hn \cos \gamma_m = m\lambda$$

Meie eksperimenditingimustes on valguse langemis- ja murdumisnurk väikesed<sup>12</sup>. Sel juhul võib kasutada koosinusfunktsiooni rittaarenduses vaid kaht esimest liiget ja miinimumi tingimus saab kuju

$$2hn \left(1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\right) = m\lambda \quad (2.1).$$

Arvestades, et väikeste nurkade puhul on murdumisnäitaja kujul  $\alpha/\gamma = n$  ning seose (1.23) alusel on  $2hn/\lambda = M_{\max}$ , saame

$$M_{\max} \left(1 - \frac{\alpha_m^2}{2n^2}\right) = m \quad \rightarrow \quad \alpha_m^2 = 2n^2 \left(1 - \frac{m}{M_{\max}}\right) = \frac{2n^2}{M_{\max}} (M_{\max} - m).$$

Vahe  $(M_{\max} - m) = p$  annab meile interferentsimiinimumi (tumeda rõnga) numbrit, loetuna interferentsipildi tsentrist (joonis 2.2A). Tumedale rõngastele vastava  $\alpha_p^2$  sõltuvus rõnga numbrist  $p$  on lineaarne (joonis 2.2B)

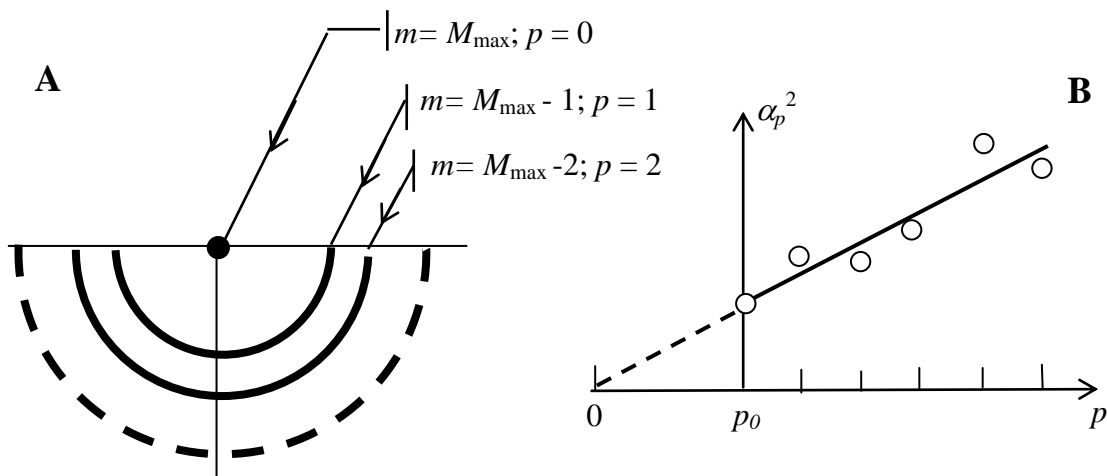
$$\alpha_p^2 = Ap, \text{ kus sirge tõus } A = \frac{2n^2}{M_{\max}} \quad (2.2).$$

Määrates eksperimendist  $A$  ja teades plaadi paksust  $h$ , saab valemite (1.23) ja (2.2) abil määrata nii plaadi murdumisnäitaja  $n$  kui ka maksimaalse interferentsijärgu  $M_{\max}$ .

<sup>11</sup> Plaadi mõlema pinna peegelduskoefitsient  $R \ll 1$  ehk  $(1 - R) \approx 1$ . Esi- ja tagapinnalt peegelduvate lainete kiiritustiheduste suhe on  $1/(1 - R)^2 \approx 1$ .

<sup>12</sup> Hindame nurkasid: kaugus  $L \approx 1$  m; valguslaigu diameeter  $d$  klaasplaadil ei ületa 10 cm. Seega

$\alpha = \arctan\left(\frac{d}{2L}\right) = 0.05$  rad ( $= 2,9^\circ$ ).  $\cos(0.05) = 0,9987$ ,  $(1 - \alpha^2/2) = 0,9987$ ;  $\sin(0,05) = 0,0499$  rad ja  $\tan(0.05) = 0.05 \rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha = \alpha$ .



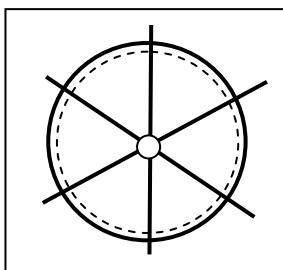
Joonis 2.2 A: Samakalde interferentsirõngad, seos interferentsijärgu ja parameetri  $p$  vahel. B: esimesele (tsentrile kõige lähemale) tumedale rõngale vastava  $p_0$  numbriline väärtus ei ole teada, kuid  $\alpha_m^2$  sõltuvus rõnga numbrist on lineaarne. Graafikul on ka eksperimendipunktid.

## Eksperiment

Kasutades teadaoleva pikkusega mõõtevarrast, määrame esmalt vastavuse siinil oleva millimeeterskaala ning klaasplaadi ja ekraani vahelise kauguse  $L$  vahel.

Seejärel tuleb tasaparalleelne klaasplaat 2 (joonis 2.1) reguleerida ristiolevaks laserist väljuva kiirtekimbuga. Selleks tuleb eemaldada objektiiv 2 ja reguleerida ekraani E kõrgus selliseks, et laserikiir läbiks ekraani keskel olevat avaust. Klaasplaat tuleb nihutada maksimaalsele kaugusele ekraanist. Laserikiir langeb klaasplaadile risti juhul, kui peegeldunud kiir levib samas sihis tagasi, st satub ekraani avasse. Seda saavutatakse klaasplaadi aluse pööramise ja aluslaua kruvide reguleerimisega. (NB! Klaasplaat tuleb asetada risti alati pärast asukoha muutmist, kuna optiline siin ei pruugi olla paralleelne laseri kiirega. Kuidas tagada siini ja laserkiire paralleelsus?)

Pärast seda asetatakse oma kohale objektiiv, mis tekitab hajuvat kiirtekimbu. Plaadi pindadelt peegelduvas valguses tekib ekraanil samakalde interferentsipilt. Leidmaks nurka  $\alpha_p$ , tuleb võimalikult täpselt määrata tumedate interferentsirõngaste diameetrid.



Joonis 2.3 Ekraanile kinnitav paberileht. Kriipsjoon markeerib mingi interferentsirõnga asukohta

Kuna rõngaste tsenter ei pruugi klaasplaadi pindade mõningase mittetasaparalleelsuse tõttu ühtida ekraanis oleva avaga, tuleb diameetri  $D_p$  määramiseks kinnitada ekraanile spetsiaalne paber, mille keskel on ava ja millele on märgitud kolm mõõtesiht ja üks ring. Paberi asukoht

tuleb valida nii, et ring oleks võimalikult kontsentriline interferentsirõngastega (joonis 2.3). Interferentsirõngaste asukohad tuleb kanda pliitsiga otse sellele paberile ja hiljem andmete töötlemise ajal mõõta nihikuga märgitud läbimõõdud. Kuna rõngad ei ole ideaalsed ning on lõpliku paksusega, siis tuleb mõõtemääramatuse minimiseerimiseks leida ühe kindla rõnga diameeter kolmes paberile märgitud sihis. Mõõta tuleb klaasplaadi kolmel erineval kaugusel  $L$  ekraanist. Igal kaugusel tuleb mõõta vähemalt 5–6 erineva rõnga diameetrid.

### Andmetöötlus

Esmalt leiame iga rõnga kolmes eri sihis mõõdetud diameetri keskväärtuse. Kui on teada kaugus  $L$  ja diameetrid  $D_p$ , leiame nurga  $\alpha_p$  (vt joonis 2.1):

$$\tan \alpha_p \approx \alpha_p = \frac{D_p}{4L}. \quad (2.3)$$

Seejärel tuleb iga kauguse  $L$  jaoks eraldi esitada sõltuvus  $\alpha_p^2 = f(p)$  graafiliselt ja määrata sirgete tõusud  $A$  ja nende mõõtemääramatus<sup>13</sup>. Kuna erinevatel kaugustel  $L$  tehtud mõõtmised ei ole võrdtäpsed, leiame tõusu  $A$  kaalutud keskmise, mida kasutame murdumisnäitaja  $n$  ja plaati iseloomustava maksimaalse interferentsijärgu  $M_{max}$  (valemid (1.22) ja (2.2)) leidmiseks.

---

<sup>13</sup> Kuna erinevatel kaugustel  $L$  tehtud mõõtmistel võib esimest rõngast iseloomustav  $p_0$  olla erinev, siis sirged ei pruugi kokku langeda, kuid nende tõusud  $A$  peavad mõõtemääramatuse piirides olema samad.



## Int 2. Newtoni rõngad

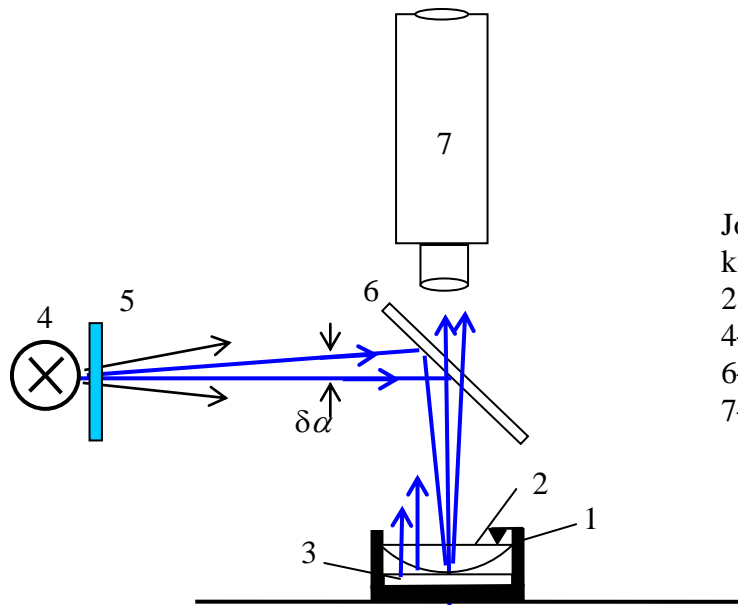
### Tööülesanne

Samapaksuse interferentsipildi uurimine. Läätse kõverusraadiuse ja tundmatu lainepikkuse määramine.

### Katsevahendid

Hoidjas paiknev tasa-kumer lääts ja tasapinnaline klaasplaat. Mõõtemikroskoop. Na lamp. Tundmatu valgusallikas.

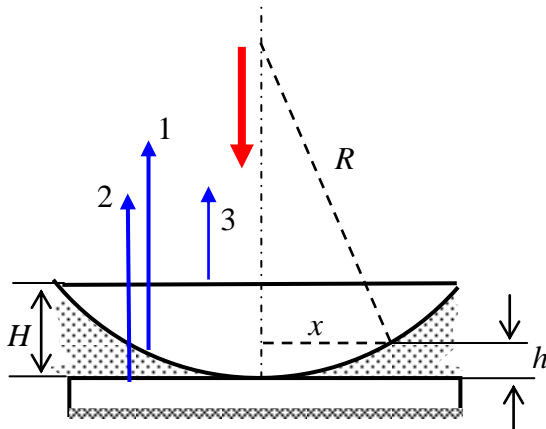
### Katseseade



Joonis 2.3 Newtoni rõngaste katseseade. 1–hoidja; 2–tasakumer lääts; 3–alusplaat; 4–valgusallikas; 5–valgusfilter; 6–peegeldav klaasplaat; 7–mõõtemikroskoop.

Joonisel 2.3 on toodud katseseadme põhiosad. Hoidjas 1, mis paigutatakse mõõtemikroskoobi aluslauale, on tasakumer lääts 2, mis on kolme lehtvedruga surutud vastu tasapinnalist alusplaati 3. Alusplaadi alumine pind on mattmust, mis kõrvaldab sellelt pinnalt peegelduva valguse segava mõju. Lõplike mõõtmetega ( $\sim 1$  cm) valgusallikast 4 (mille ees võib olla ka valgusfilter 5) lähtuv kiirtekimp peegeldub osaliselt klaasplaadilt ja suundub läätest ja alusplaadist koosnevale süsteemile. Lääte 2 kumeralt pinnalt ja alusplaadi 3 ülemiselt pinnalt peegelduv valgus tekitab interferentsipildi, mida vaadeldakse mõõtemikroskoobiga 7. Mikroskoobi vaatevälja jõudva kiirtekimbu lahknevus  $\delta\alpha$  on määratud tema objektiivi diameetri ning objektiivi kaugusega läätest. Lahknevus on väike (st  $\alpha \approx \text{const} = 0$ ) ja seetõttu on meil tegemist samapaksuse interferentsiga. Mõõtemikroskoopi saab horisontaalsihis nihutada. Mikroskoobi nihutusmehhanismi skaala vähima jaotise hinnaks on  $10 \mu\text{m}$ . **NB!** Kuna nihutusmehhanismil on paratamatult olemas lõtk, siis  $10 \mu\text{m}$  täpsus on garanteeritud vaid siis, kui mikroskoopi nihutatakse vaid ühes suunas.

## Lähteseosed



Joonis 2.4. Tasakumer lääts klaasplaadil. Läätsel murdumisnäitaja on  $n_L$  ja paksus  $H$ . Kaugusel  $x$  läätsel ja plaadil puutepunktist on õhukihi (joonisel varjutatud) paksus  $h$ .

Leiame joonise 2.4 alusel seosed, mis iseloomustavad tekkivat interferentsipilti.

Ülalt langeb läätsel ja plaadil koosnevale süsteemile paralleelne kiirtekimp, kusjuures langemisnurk  $\alpha \approx 0$ . Valgus peegeldub osaliselt tagasi kolmelt pinnalt (kiired 1, 2, 3). Läätsel kõverusraadius  $R$  on suur ( $R \gg x, h$ ) ja seetõttu võib lugeda, et läätsel kumerpinnal on langemisnurk  $\alpha = 0$  ning pole vaja arvestada ka murdumist sellel pinnal (st kõigilt pindadelt peegelduvad kiired on omavahel paralleelsed). Kui valgustamiseks kasutatakse tavalist valgusallikat (mitte laserit), siis ületab läätsel keskkoha lähedal tema kahekordne optiline paksus koherentsuse teepikkuse  $2Hn_L > L_C$  ja kiir 3 ei ole koherentne kiirte 1 ja 2 suhtes. Seega pole interferentsipildi tekkel kiir 3 vaja arvestada (vt punkt 1.3, valem (1.15)).

Koherentsete kiirte 1 ja 2 vahelise käiguvahe leidmiseks lähtume üldisest seosest (1.22a):

$$\Delta = 2hn \cos \gamma + \frac{\lambda}{2}. \text{ Läätsel ja alusplaadil vahel on õhk, seega } n = 1. \text{ Kuna } \alpha \approx \gamma = 0, \text{ siis } \cos \gamma = 1.$$

Täiendav käiguvahe  $\lambda/2$  tekib peegeldumisel alusplaadilt. Saame

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda, & \text{interferentsimaksimumid} \\ (m + 1/2)\lambda, & \text{interferentsimiinimumid} \end{cases} \quad (2.4).$$

Õhukihi paksus  $h$  ja seega ka  $\Delta$  on funktsioon kaugusest  $x$ . Sidumaks läätsel ja alusplaadil vahelise õhukihi paksust  $h$  läätsel kõverusraadiusega  $R$ , kasutame Pythagorose teoreemi

$$R^2 = x^2 + (R - h)^2.$$

Kuna  $R \gg h$ , siis võib lugeda, et  $h^2 \approx 0$  ja  $2Rh = x^2$  ehk

$$h = \frac{x^2}{2R} \quad (2.5)$$

Kombineerides seoseid (2.4) ja (2.5) leiame kaugused  $x_m$  läätsel ja alusplaadil puutepunktist, mille puhul on tegemist interferentsimiinimumiga

$$x_m = \sqrt{Rm\lambda} \quad (2.6),$$

kus  $m = 1, 2, 3, \dots$ . Kuna katseseade on sümmeetriline läätsel ja alusplaadil puutepunkti suhtes, siis on tekkivad interferentsiribad kontsentriselised rõngad, mille diameeter  $D_m = 2x_m$ .  $m$ -järku tumeda rõnga diameetri ruut avaldub

$$D_m^2 = 4R\lambda m \quad (2.7).$$

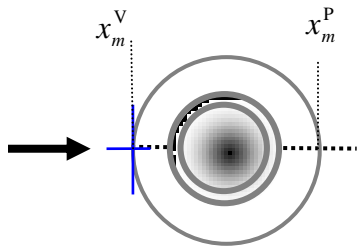
Näeme, et  $D_m^2$  on lineaarne funktsioon tumeda (interferentsiiniimumi) rõnga numbrist  $m$ .

Graafilises esituses on tegemist sirgega, mille tõusuks on  $4R\lambda$ . Kui üks suurustest,  $R$  või  $\lambda$ , on teada, siis määrates eksperimendist sõltuvuse (2.7) tõusu, saab arvutada teise suuruse.

## Ekspereiment

Esmalt lülitame sisse Na-lambi ja paigutame mõõtemikroskoobi alusele hoidja, milles on klaasplaadil paiknev lääts. Nihutame hoidja asendisse, mille puhul interferentsipildi tsepter (tume laik) langeks enam-vähem kokku okulaari niitrist tseptriga. Kuna valgusallika mõõtmed on suured, siis on interferentsipilt lokaliseeritud kitsas läätses ja alusplaadi vahelise õhukihi piirkonnas. Seepärast tuleb mikroskoop teravustada sellele piirkonnale. Selleks, et määrata teadaoleva Na-lambi lainepikkuse järgi läätses kõverusraadius  $R$ , tuleb määrata tumedate interferentsirõngaste diameetrid. Minge  $m$ -nda rõnga diameetri<sup>14</sup> saab leida, kui fikseerida selle rõnga vasak- ja parempoolsele servale vastavad näidud  $x_m^V$  ja  $x_m^P$  (joonis 2.5). Välistamiseks vigu, mis on tingitud mikroskoobi nihutusmehhanismi lõtkust, tuleb mikroskoopi nihutada vaid ühes suunas, st alustada suurima rõnga ühest servast: fikseerida nt  $x_m^V$ ,

seejärel mõõta  $x_{m-1}^V, x_{m-2}^V, \dots, x_1^V, x_1^P, \dots, x_{m-1}^P, x_m^P$ .



Joonis 2.5 Interferentsipilt ja niitrist mikroskoobi vaateväljas. Mõõtmisel tuleb mikroskoopi nihutada vaid ühes suunas.

Läätses hoidja lehtvedrude surve toimel võib nii alusplaat kui ka lääts puutepunkti lähedal deformeeruda ja seetõttu võib erinevates sihtides rõnga diameeter  $D_m$  olla erinev. Lisaks sellele võib  $D_m$  erinev väärtus erinevates mõõtesihtides olla põhjustatud plaadi ja läätses pindade erinevuses ideaalist ja ka plaadi ning läätses vahele sattunud tolmu. Selleks, et hinnata deformatsiooni, tuleb mõõtmised teha kolmes erinevas, hoidjale märgitud, sihis. Igas sihis tuleb mõõta 10–15 rõnga diameetrid.

### **NB! Pärast mõõtmisi viimases sihis läätses hoidjat mitte liigutada!**

Seejärel asendame Na-lambi lambiga, mis kiirgab tundmatul lainepikkusel  $\lambda_x$  ja mõõdame uuesti 10–15 rõnga diameetrid piki sihti, mis oli viimane Na-lambiga mõõtmiste puhul.

## Andmetöötlus

Na-lambiga mõõtmistest leiame esmalt diameetrid  $D_m = |x_m^V - x_m^P|$  ja esitame graafiliselt sõltuvused  $D_m^2 = f(m)$  iga mõõtesihi jaoks eraldi. Vastavalt seosele (2.7) saame sirged, mille tõusudest saab määrata, kasutades tuntud lainepikkust  $\lambda_{Na}$ , eri sihte iseloomustavad kõverusraadiused  $R_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Tõusude määramisel tuleb arvestada, et erinevate rõngaste koordinaatide mõõtmistäpsus on erinev: sisemised rõngad on laiemad, nende diameetrid on väiksemad ja ka deformatsioonide mõju on suurem. Seega on mõistlik mingi mõõtesihi jaoks

<sup>14</sup> On võimatu, et okulaari niitrist liiguks mõõtmistelt täpselt mööda rõngaste diameetri sihti. Saab näidata, et lõpptulemus ei muutu, kui mõõtmised teha piki mingi kõõlu sihti.

sirge tõus leida kahel viisil: algul võtta arvesse kõigi rõngaste diameetrid ja siis leida tõus juhul, kui pole arvestatud paari-kolme sisemise rõnga diameetrit. Võrrelda leitud kõverusraadiuste väärtusi ja neile vastavaid mõõtemääramatusi.

## Küsimused

1. Tasaparalleelne plaat: kuidas muutub interferentsipilt, kui suurendada plaadi paksust? (eeldame, et  $m_{\max} > M_{\max}$ )
2. Tasaparalleelne plaat: mis muutub, kui punktallikas asendada lõplike mõõtmetega allikaga?
3. Tasaparalleelne plaat: hinnata, milline peaks olema suurim  $\delta\lambda$ , et töös kasutatava plaadi puhul oleks  $V > 0$ . Kas tabelis toodud valgusallikad sobivad selleks?
4. Tasaparalleelne plaat: milline peaks olema maksimaalne plaadi paksus, et Na-lambi kasutamisel oleks  $V > 0$ .
5. Tasaparalleelne plaat: milline oleks interferentsipilt, kui klaasplaadile langeks paralleelne kiirtekimp?
6. Newtoni rõngad: miks on interferentsipildi tsentris tume laik?
7. Newtoni rõngad: millised muutused toimuvad interferentsipildis, kui kasutada väiksema kõverusraadiusega läätse?
8. Newtoni rõngad: millised muutused toimuvad interferentsipildis, kui läätse ja alusplaadi vahel oleks vesi?
9. Newtoni rõngad: kas valges valguses on rõngad nähtavad? Kuidas nad välja näevad? Veenduge katseliselt.
10. Newtoni rõngad: kuidas muutub interferentsipilt, kui  $\alpha > 0$ ?
11. Newtoni rõngad: joonistada interfereeruvate kiirte käik läbivas valguses. Kas sel juhul on interferentsipildi tsentris hele või tume laik?

## Int 3 Michelsoni interferomeeter

### Tööülesanne

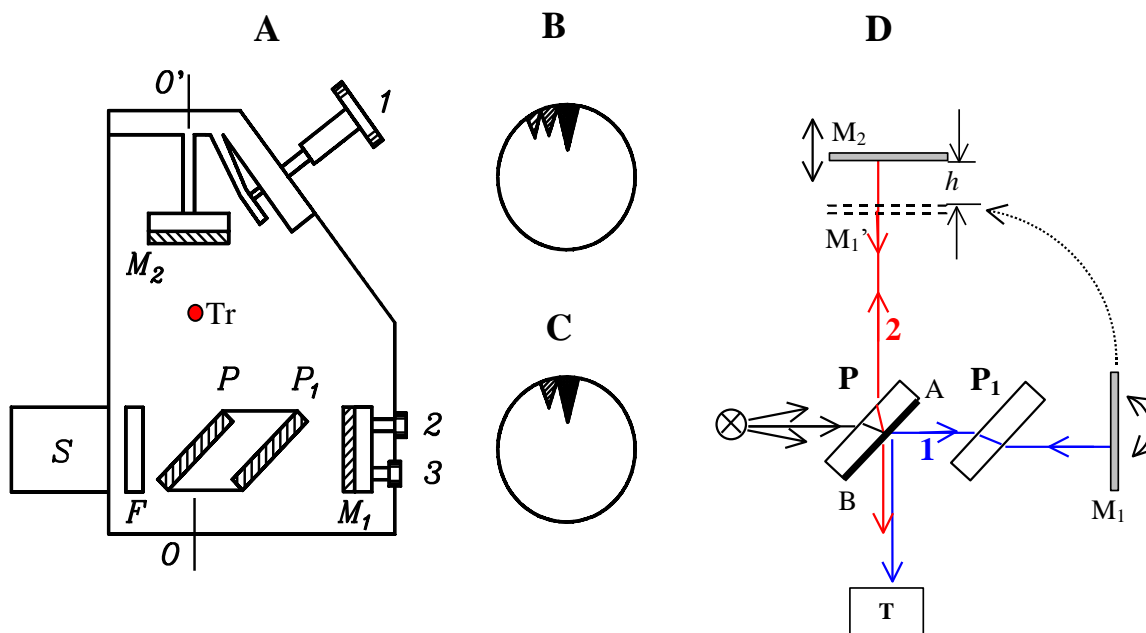
Samakalde ja samapaksuse interferentsipildi saamine. Kahe lähedase spektrijoone vahelise lainepikkuse intervalli  $\Delta\lambda$  leidmine. Kuumutatud traadi temperatuurivälja mõõtmine.

### Katsevahendid

Michelsoni interferomeeter, valgusallikad (Hg-lamp ja hõõglamp), filter Hg joone eraldamiseks, digitaalkaamera, lõpmatusse teravustatud pikksilm, mikroskoop, vooluallikas, ampermeeter.

### Katseseade

Michelsoni interferomeetri ülaltvaade ja tema tööpõhimõtet selgitav skeem on toodud joonisel 2.6.



Joonis 2.6. Michelsoni interferomeeter. A – katseseadme ülaltvaade; B ja C – interferomeetri vaatevälja pilt vaatamisel piki optilist telge  $OO'$  justeerimata (B) ja justeeritud (C) interferomeetri korral; D – tööpõhimõtet selgitav skeem.

Suurte mõõtmega valgusallikas S sisaldab nii valge valguse allikat kui ka elavhõbeda lampi. Neid saab sisse lülitada nii eraldi kui ka koos. Valguse teele saab paigutada valgusfiltri F, mis laseb läbi elavhõbeda spektrist vaid kollase kaksikjoone.

Michelsoni interferomeetris saadakse koherentsed lained amplituudi jagamise meetodil.

Valgusallikast S langeb valgus  $45^\circ$  nurga all olevalle tasaparalleelsele jagamisplaadile P, mille tagumisel pinnal AB (peegeldumiskoeffitsient  $R \approx 0,5$ ) jaguneb ta kaheks teineteise suhtes risti levivaks laineks 1 ja 2. Laine 1 levib peegli  $M_1$  suunas, peegeldub sealt tagasi ning pärast

peegeldumist pinnalt AB levib kiirguse vastuvõtja T (silm, pikksilm, kaamera jms) suunas. Laine **2** peegeldub pinnalt AB ja pärast murdumist plaadis P levib peegli  $M_2$  suunas, peegeldub sealt, läbib plaadi P ja levib vastuvõtja T suunas nagu laine **1**.

Kuna laine **2** läbib plaati P kaks korda, laine **1** aga mitte ühtegi korda, siis tekib nende vahel käiguvahe, mida kompenseeritakse laine **1** teele paigutatud kompensatsiooniplaadiga  $P_1$ .

Kompensatsiooniplaadi paksus ja murdumisnäitaja on samad nagu plaadil P, kuid tal puudub peegeldav kate. Nüüd on lainete **1** ja **2** vaheline käiguvahe määratud vaid peeglite  $M_1$  ja  $M_2$  kaugustega pinnast AB.

Laine **2** teel on vertikaalne traat, mida saab voolu toimel kuumutada.

Peeglit  $M_2$  saab kruviku 1 ja kangimehhanismi abil nihutada nii, et ta jääb nihkel iseendaga paralleelseks. Kruviku põhiskaalal on jaotised iga 0,5 mm järel ja tema ringskaala on jaotatud 50-ks osaks. Seega vastab nooniusse jaotusele 10  $\mu\text{m}$  suurune kruviku otsa nihe. **NB! Kuna kangi õlgade suhe on 5:1, siis kruviku pöörämisel ühe ringskaala jaotise võrra nihkub peegel 2  $\mu\text{m}$ .**

Peegli  $M_1$  kallet saab muuta kruvide 2 ja 3 abil.

## Lähteseosed

Michelsoni interferomeetris tekkiva interferentsipildi karakteristikud on lihtsalt määratavad kui asendada interferomeetri tegelik skeem optilise asendusskeemiga (joonis 2.6D). Selleks pöörame mõtteliselt peeglit  $M_1$  vastupäeva  $90^\circ$  võrra. Nüüd paiknevad mõlemad interfereeruvad kiired ühes sihis ja peeglit  $M_1$  asendab tema kujutis  $M'_1$ . Nüüd on näha, interferentsipilt tekib peegeldumiste tulemusena  $M_2$  ja  $M'_1$  vaheliselt “õhkplaadilt”. Sõltuvalt peeglite  $M_2$  ja  $M'_1$  vahelisest kaugusest  $h$  ning nende vahelisest nurgast  $\varphi$  võib saada nii samakalde- kui ka samapaksuseinterferentsiribasid.

## Samakalde- ja samapaksusribad.

Kui  $M_2$  ja  $M'_1$  on paralleelsed (st  $M_1$  ja  $M_2$  on risti), on  $h = \text{const}$  ja me saame samakalderibad: kontsentrilised heledad ja tumedad rõngad, mis on lokaliseeritud lõpmatuses<sup>15</sup>. Rakendame nüüd üldist valemit (1.22a). Praegusel juhtumil (õhkplaat) murdumisnäitaja  $n = 1$  ja murdumisnurk võrdub langemisnurgaga,  $\gamma = \alpha$ . See, kas käiguvahele lisandub liige  $\lambda/2$ , sõltub faasimuutusest, mis toimub peegeldumistel pinnalt AB<sup>16</sup>. Jätame praegu selle võimaliku faasimuutuse arvestamata ja seega interferentsimaksimumid (heledate rõngaste asukohad) on määratud seosega

$$\Delta = 2h \cos \alpha = m\lambda \quad (2.8)$$

Vaatame, kuidas rõngastevaheline kaugus  $\delta\alpha$  sõltub peeglite  $M_2$  ja  $M'_1$  vahelisest kaugusest  $h$ . Kahe naaberrõnga jaoks erinevad käiguvahed  $\Delta_1$  ja  $\Delta_2$  teineteisest ühe valguse lainepikkuse  $\lambda$  võrra (interferentsijärk erineb ka ühe võrra). Diferentseerides avaldist (2.8)

$$\begin{aligned} d(2h \cos \alpha) &= d(m\lambda) \\ -2h \sin \alpha \, d\alpha &= \lambda \, dm, \quad dm = 1 \end{aligned}$$

<sup>15</sup> Samakalde interferentsiribasid võib vaadelda kas palja silma või lõpmatusse teravustatud pikksilmaga.

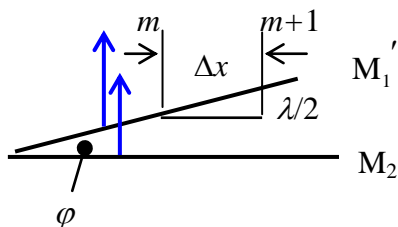
<sup>16</sup> Peeglid  $M_1$  ja  $M_2$  on ühesugused ja neil tekkivad faasimuutused kompenseeruvad vastastikku.

saame, et naaberrõngaste vaheline nurkkaugus on

$$|d\alpha| = \frac{\lambda}{2h \sin \alpha} \quad (2.9).$$

Näeme, et: 1) vaatevälja tsentraalses osas on rõngastevaheline kaugus suurem, kui tsentrist kaugemal (vt ka joonis 1.11B) ja 2) kauguse  $h$  vähendamisel rõngastevaheline kaugus suureneb. Kui  $h = 0$ , siis  $\Delta\alpha = \infty$ , s.t et rõngastevaheline kaugus muutub lõpmata suureks ja vaateväli paistab ühtlaselt valgustatud (kas hele või tume, see sõltub faasimuutustest pinnalt AB peegeldumisel).

Kui  $M_2$  ja  $M'_1$  vahel on väike nurk (nurk  $M_1$  ja  $M_2$  vahel erineb täisnurgast) ja langeva kiirtekimbu lahknevuse võib lugeda tühiseks, saame samapaksuse interferentsiribad, mis on paralleelsed õhkkiilu murdva servaga. Lugeses kiilu nurga  $\varphi$  väikeseks (st  $\tan \varphi \approx \varphi$ ), leiame joonise 2.7 abil interferentsiriba laiuse.



Joonis 2.7. Samapaksusribade tekkimine peegeldumisel kiilukujuliselt õhkplaadilt

$m$ - järku maksimum tekib kohas, kus kiilu kahekordne paksus (e õhkkiilu esi- ja tagapinnalt peegelduva valguse käiguvahe) on  $m\lambda$ .  $(m+1)$  järku maksimum paikneb kohas, kus kiil on  $\lambda/2$  võrra paksem. Kuna meie tingimustel  $\tan \varphi \approx \varphi$ , siis interferentsiriba laius on

$$\Delta x = \lambda / 2\varphi \quad (2.10)$$

Näeme, et interferentsiribad paiknevad seda hõredamalt, mida väiksem on nurk  $\varphi$ . Kui  $\varphi = 0$ , siis  $\Delta x = \infty$ , s.t ribad vaheline kaugus muutub lõpmata suureks.

### Interferentsipilt valgustamisel kahe lähedase lainepikkusega

Olgu peeglid  $M_2$  ja  $M'_1$  paralleelsed ja koosnegu interferomeetrile langev valgus kahest lähedastest lainepikkusest  $\lambda$  ja  $\lambda + \Delta\lambda$  ( $\lambda \gg \Delta\lambda$ ). Vastavalt joonisele 1.8 sõltub interferentsipildi nähtavus käiguvahest: kui on täidetud tingimus (1.19), siis on interferentsiribade nähtavus nullilähedane<sup>17</sup>. Vastaku sellele olukorrale mingi õhkplaadi paksus  $h_0$ . Kuna langemisnurgad  $\alpha$  on väikesed, võib avaldise (2.8) kirjutada kujul  $\Delta = 2h_0 \cos \alpha \approx 2h_0$  ja tingimus (1.19) omandab kuju

$$2h_0 = m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + m' + 1/2)\lambda \quad (2.11)$$

<sup>17</sup> Nähtavus  $V = 0$  vaid juhul, kui mõlema spektrijoone intensiivsused on võrdsed

Kuna nähtavus on on perioodiline funktsioon interferentsijärgust (seos (1.20) ja joonis 1.8), siis kauguse  $h$  muutmisel muutub ka nähtavus ning kui peeglite  $M_2$  ja  $M'_1$  vahelise kauguse muutmisel  $\Delta h$  võrra interferentsiribad kaovad uuesti, võime kirjutada

$$2(h_0 + \Delta h) = (m + \Delta m)(\lambda + \Delta \lambda) = (m + m' + \Delta m + 1/2)\lambda \quad (2.12)$$

Leides seoste (2.12) ja (2.11) vahe saame  $2\Delta h = \Delta m(\lambda + \Delta \lambda)$ . Arvestades nüüd, et  $\Delta m = \lambda / \Delta \lambda$  ja  $\lambda \gg \Delta \lambda$ , saame  $\Delta \lambda$  avaldada kujul:

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta h} \quad (2.13)$$

Seega, teades keskmist lainepikkust  $\lambda$  ja määrates kahele nullilähedasele interferentsipildi nähtavusele vastava peeglitevahelise kauguse muutuse  $\Delta h$ , saab leida kahe lähedase spektrijoone lainepikkuste vahe  $\Delta \lambda$ .

### Temperatuurijaotuse määramine interferentsipildi järgi

Molekulaarfüüsikast on teada, et läbi kuumutatud traadiga koaksiaalse silindrilise pinna läheb ajaühikus soojushulk :

$$Q = -2\pi r l \kappa \frac{dT}{dr}, \quad (2.14)$$

kus  $\kappa$  – keskkonna soojusjuhtivustegur,  $l$  – traadi pikkus,  $r$  – silindri raadius,  $dT / dr$  – temperatuurigradient.

Statsionaarsel juhul, kui  $Q(t) = \text{const}$ , saame võrrandist. (2.14)

$$Q \int \frac{dr}{r} = -2\pi l \int \kappa dT. \quad (2.15)$$

Õhu soojusjuhtivustegur on ligikaudu võrdeline ruutjuurega temperatuurist:  $\kappa \sim \sqrt{T}$ . Peale võrrandi (2.16) integreerimist saame

$$A \ln r = -T^{3/2} + B, \quad (2.16)$$

kus  $A$  ja  $B$  on konstandid.

Kui meil on teada temperatuuri jaotus traadi ümber sõltuvalt kaugusest  $T = T(r)$  ja kui see jaotus sõltub ainult keskkonna soojusjuhtivusest, siis peab sõltuvus  $T^{3/2} = f(\ln r)$  olema lineaarne.

Dispersiooniteooriast on teada, et

$$n - 1 \sim \frac{p}{kT},$$

kus  $n$  – gaasi murdumisnäitaja,  $p$  – gaasi rõhk,  $k$  – Boltzmanni konstant. Statsionaarsel juhul, kui  $p = \text{const}$  saame järgmise seose:

$$\frac{n_T - 1}{n_0 - 1} = \frac{T_0}{T_1}, \quad (2.17)$$

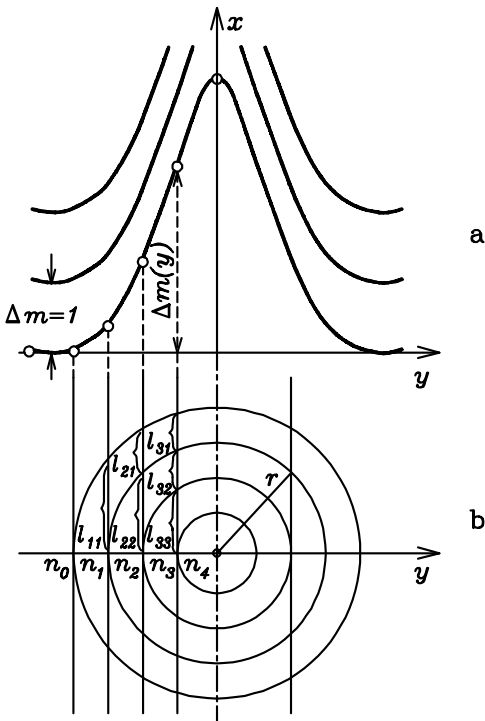
kus  $n_T$  ja  $n_0$  gaasi murdumisnäitajad temperatuuridel  $T$  ja  $T_0$ . Temperatuuri tõus traadi ümber põhjustab õhu murdumisnäitaja  $n_T$  vähenemise.



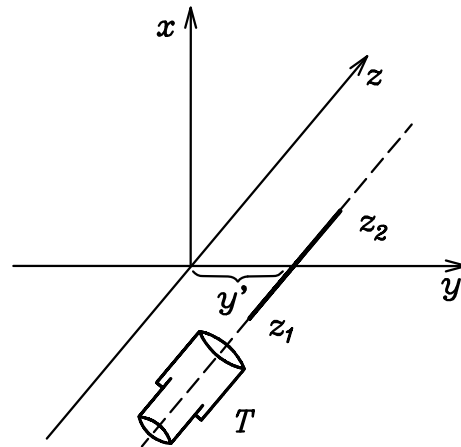
Kui mõõta õhu murdumisnäitaja muutus kuumutatud traadi ümber sõltuvalt kaugusest traadini  $n_T(r) - n_0$ , siis on võimalik määrata ka temperatuuri muutus traadi ümber  $T = T(r)$ .

Temperatuurijaotus  $T = T(r)$  on leitav, kui registreerida interferentsipilt kuumutatud traati ümbritsevas ruumis.

Olgu kuumutatav traat (Tr, joonis 2.6) paigutatud vertikaalselt interferomeetri kiire 2 teele ja ühtigu ta koordinaatide süsteemi  $x$ -teljega joonistel 2.8 – 2.11 ning olgu samapaksusribad traadiga risti, s.t horisontaalsed (paralleelsed  $y$ -teljega). Kuna temperatuuri jaotus traadi ümber on telgsümmeetriline, siis on telgsümmeetriline ka murdumisnäitaja muutus  $n = n(y, z)$ . Siin  $z$ -telg ühtib interferentsipildi jälgimise suunaga. Murdumisnäitaja muutus põhjustab interferentsiribade kõverdumise (joonis 2.8a).



**Joonis 2.8. a** – interferentsiribade kõverdumine kuumu traadi ümber; **b** – erinevate murdumisnäitajatega silindrilised tsoonid kuumu traadi ümber.



**Joonis 2.9.** Koordinaattelgede orientatsioon vaatesuuna suhtes.

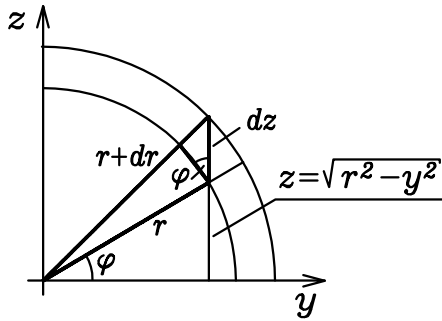
Kui mingil kaugusel  $y'$  traadist (joonis 2.9) keskkond on häiritud – mõjutatud traadi temperatuurist, s.t  $n(y', z) \neq n_0$  lõigul  $z_1$  kuni  $z_2$ , siis optiline teepikkus erineb esialgsest

$$\int_{z_1}^{z_2} [n(y', z) - n_0] dz$$

võrra ehk telgsümmeetria tõttu

$$2 \int_0^{z_2} [n(y', z) - n_0] dz$$

võrra. Kuna valguskiir 2 läbib häiritud piirkonda kaks korda, siis kogu käiguvahe kiirte 1 ja 2 vahel on



**Joonis 2.10.**

$$\Delta(y') = 4 \int_0^{z_2} [n(y', z) - n_0] dz.$$

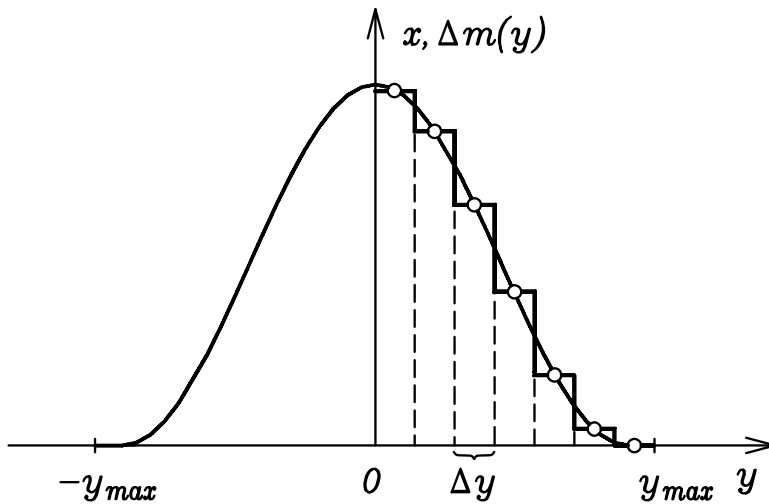
Käiguvahe muutuse tõttu toimub interferentsiriba nihe vertikaalsuunas (piki  $x$ -telge). Nihke suurus väljendatakse interferentsijärgu muutusega  $\Delta m$  ( $\Delta m$  võib olla murdarv)

$$\Delta m(y') = \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{4}{\lambda} \int_0^{z_2} [n(y', z) - n_0] dz. \quad (2.18)$$

Kuna meid huvitab temperatuuri radiaalne jaotus  $T(r)$ , kus  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ , (joonis 2.10) siis nihe  $\Delta m$  avaldub valemiga

$$\Delta m(y') = \frac{4}{\lambda} \int_{y'}^R [n(r) - n_0] \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - y'^2}}. \quad (2.19)$$

Kogu häiritud ala raadius  $R$  on määratav tingimusest  $n(R) = n_0$ . Eksperimendis saab mõõta interferentsijärgu nihkeid  $\Delta m(y)$  ja neid kasutades saab integraalvõrrandi (2.19) numbrilise lahendamise teel leida  $n(r) - n_0$  väärtused. Selleks jagatakse traati ümbritsev piirkond  $N$  silindriliseks ühesuguse paksusega  $\Delta y$  tsooniks (joonised 2.8 ja 2.11).



**Joonis 2.11.** Kuuma traadi ümber sujuvalt kõverdunud interferentsiriba asendamise astmelise lähendusega: tsooni  $\Delta y$  piires loeme nii murdumisnäitaja kui ka interferentsijärgu konstantseks.

Lihtsuse mõttes võtame, et iga tsooni piires murdumisnäitaja on konstantne ( $i$ -ndas tsoonis  $n_i$ ) ja asendades valemis (2.32) integreerimise summeerimisega, saame interferentsijärgu muutuseks tsoonis  $i$ :

$$\Delta m(i) = \frac{4}{\lambda} \sum_{k=1}^i (n_i - n_0) l_{ik} \quad (2.20)$$

Kirjutame lahti lineaarsete võrrandite süsteemi (2.20), alustades välimisest tsoonist:

$$\left. \begin{aligned} \Delta m(1) &= \frac{4}{\lambda} (n_1 - n_0) l_{11}, \\ \Delta m(2) &= \frac{4}{\lambda} [(n_1 - n_0) l_{21} + (n_2 - n_0) l_{22}], \\ \Delta m(3) &= \frac{4}{\lambda} [(n_1 - n_0) l_{31} + (n_2 - n_0) l_{32} + (n_3 - n_0) l_{33}], \\ \Delta m(4) &= \dots, \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Näeme, et meil on  $N$  võrrandit  $N$  tundmatuga ( $n_i - n_0$ ). Seda süsteemi saab lahendada koos suuruste  $l_{ik}$  samaaegse arvutamise tarkvarapaketi MathCAD. Selleks on loodud programm „Interf“ ([http://www.physic.ut.ee/instituudid/efti/loengumaterjalid/opt/optika/prax/Michel\\_delta\\_n.mcd](http://www.physic.ut.ee/instituudid/efti/loengumaterjalid/opt/optika/prax/Michel_delta_n.mcd)). Valemi (2.17) põhjal saab siis arvutada iga tsooni temperatuuri  $T_i$ .

Temperatuuri arvutamiseks on vaja veel teada õhu murdumisnäitajat toatemperatuuril  $n_0$ . Lisaks sellele sõltub  $n_0$  ka kasutatud valguse lainepikkusest ja õhurõhust – need arvutused on võimalik teha arvutusprogrammi „Interf“ lõpusolevate valemite abil.

## Ekspereiment

### Interferomeetri justeerimine

Justeerimisel võib interferentsipilti võib vaadelda palja silmaga. Selleks kasutame valgusti S (joonis 2.6A) ees oleva mattklaasi ülaserava külge kinnitatud teravikku. Lülitame sisse hõõglambi (filter F olgu eemaldatud) ja veendume, kas teravikust on näha üks (joonis 2.6C) või kaks (joonis 2.6B). peegeldunud kujutist. Viimasel juhul tuleb kruvide 2 ja 3 abil viia kujutised kattumiseni.

**NB! Interferomeeter on väga tundlik igasuguste välismõjustuste suhtes. Seetõttu tuleb kõiki reguleerimisprotseduure teha võimalikult ettevaatlikult.**

### Samapaksus- ja samakalderibad.

Ekspereimendi algul ei ole teada, milline on interfereeruvate kiirte 1 ja 2 vaheline käiguvahetus  $\Delta = 2h$  ja milline on peeglite  $M_2$  ja  $M_1'$  vaheline nurk. Vastavalt tingimusele (1.15) on interferentsipilt nähtav vaid juhul, kui käiguvahetus on väiksem koherentsuse teepikkusest  $e$  tingimuse (1.16) järgi peab valgusallika spekter olema piisavalt kitsas. Seepärast lülitame esmalt sisse elavhõbedalambi, mille spekter on oluliselt monokromaatilisem kui hõõglambi oma. Jälgides tekkinud interferentsipilti ja reguleerides kruvide 2 ja 3 abil ettevaatlikult peegli  $M_1$  kallet saavutame olukorra, kus vaateväljas on rõngakujulised samakalderibad. Selleks, et interferentsirõngad oleks jälgitavad ka hõõglambi valguses peab käiguvahetus  $h \approx 0$ . Saavutamaks nullilähedast käiguvahet, lähtume seosest (2.9): kui kaugus  $h \rightarrow 0$ , siis rõngastevaheline nurkkaugus kasvab.  $M_2$  ja  $M_1'$  vahelist kaugust muudame kruvikuga 1. Kui  $h \approx 0$ , siis mahub vaatevälja mitte rohkem, kui üks rõngas. Nüüd peaks ka hõõglambi valguse olema nähtavad interferentsirõngad. Fikseerime sellele olukorrale vastav kruvikuga näidu. Kasutades pikksilma ja mikroskoopi teeme kindlas, millisesse ruumi piirkonda on interferentsipilt lokaliseeritud.

Muutes nüüd peegli  $M_1$  kallet saavutame olukorda, kus vaateväljas on valguses tekkinud samapaksuse interferentsiribad ja fikseerime nende arvu. Kirjeldame, millised muutused toimuvad interferentsipildis, kui hõõglambi asemel kasutada elavhõbedalampi. Kasutades jällegi

pikksilma ja mikroskoopi tehke kindlaks, millisesse ruumi piirkonda on interferentsipilt lokaliseeritud.

### **Kahe lähestikuse spektrijoone lainepikkuste vahe määramine.**

Asetame valguse teele filtri F (joonis 2.6A) ja jälgime samapaksusribasid. Valgusfilter selekteerib elavhõbedalambist välja kaksikjoone, millele vastab keskmine lainepikkus  $\lambda = 579 \text{ nm}$ . Kui nüüd muuta kruvikuga 1 kaugust  $h$ , siis peab vastavalt seostele (1.20) ja (2.13) interferentsipildi nähtavus perioodiliselt muutuma. Määramatuse vähendamiseks tuleb leida  $N$  ( $N \geq 10$ ) sellist olukorda, kus interferentsipildi nähtavus on nullilähedane ning tuleb mõõta vastav nihe  $\Delta h_N$ :

$$\Delta h = \Delta h_N / N \quad (2.21)$$

**NB!:** peeglit  $M_2$  nihutava kangimehhanismi ülekandetegur on 1:5.

### **Temperatuurimuutustest tingitud interferentsipildi registreerimine.**

Enne traati ümbritseva õhu temperatuurijaotuse määramist tuleb peeglit  $M_1$  kallutada selliselt, et samapaksusribad oleks horisontaalsed sirgjooned ja risti traadiga. Kuna õhu murdumisnäitaja interferomeetri mõlemas õlas on  $n_0$ , siis kuumutamata traadi puhul on interferentsiribade laius määratud ainult peeglite  $M_2$  ja  $M_1'$  vahelise nurgaga (valem (2.10)). Ribadevahelisele kaugusele  $\Delta x$  vastab interferentsijärgu erinevus  $\Delta m = 1$ .

Juhtides läbi traadi voolu (**mitte üle 1.5 A!**) näeme, et interferentsiribad traadi ümber kõverduvad üles või alla: see sõltub peeglite  $M_1'$  ja  $M_2$  vahelise kalde orientatsioonist.

Digitaalkaameraga tuleb registreerida nii kuumutamata kui ka kuumutatud traadi puhul tekkiv interferentsipilt.

Kaamera Olympus 5050 soovitatavad seaded:

- Käsitsi fokuseerimine
- Käsitsi ava ja katiku kiiruse valik
- Sisselülitatud digitaalne suum (*zoom*)
- Kujutise kvaliteet kas SQ2 või SQ1 normal
- Tundlikkus 200 ISO
- Väik väljalülitatud

Kaamera lühijuhend ja õpetus, kuidas seada vajalikud parameetrid, asuvad töökohal.

**NB!** Lülitatud voolu traadi kuumutamiseks, oodake ära, kuni temperatuur pleksiklaasist kate all stabiliseerub ja ribad ei uju enam üles või alla.

Ühe peegli alumisele servale on kinnitatud millimeeterskaala, mis tuleb fotografeerida koos interferentsipildiga – see võimaldab fotol määrata kaugusi traadist. Vajadusel võib seda skaalat täiendavalt valgustada.

Kasutades kaamera suumi valige selline vaateväli, et interferentsipilt täidaks teda peaaegu täielikult. Pildi teravust kontrollige kaamera monitorilt. Veenduge, et kaamera on õigesti suunatud – monitoril nähtav interferentsipilt peab olema sümmeetriline traadi suhtes ja vaatevälja keskel ning alumises servas nähtav ka millimeeterskaala.

Tehke mitu ülesvõtet, muutes objektiivi ava suurust. Edasiseks töötlemiseks valige parim pilt, teised võite ära kustutada.

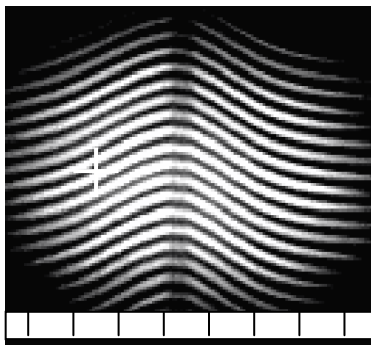
- Ärge unustage mõõta ruumi temperatuuri ja õhurõhku!
- Kui mõõtmised on lõpetatud ja pildid ülesvõetud, siis seadke interferomeetris nähtavaks samakalderibad valges valguses. See võimaldab järgmisel töötegijal lihtsamalt alustada ning jätab teist asjatundliku üliõpilase mulje.

## Andmetöötlus

Protokollis tuleb esitada nullisele käiguvahele vastav kruviku näit, interferentsipiltide kirjeldus ja info samakalde ning samapaksuse interferentsipiltide lokaliseerituse kohta.

Kasutades seoseid (2.13) ja (2.21) leida lainepikkuste vahe  $\Delta\lambda$  ja hinnata mõõtemääramatust.

### Kuumutatud traadi temperatuurivälja leidmine



Joonis 2.12. Registreeritud interferentsipildi näide koos millimeeterskaalaga.

Joonisel 2.12 on digikaameraga saadud interferentsipilt. Kuna interferentsiribad on lokaliseeritud peegli tasandis, siis kuuma traadi kujutis pildi keskel pole terav – see peabki nii olema. Kõik graafilised programmid, mis võimaldavad töötada JPEG failidega, on sobivad salvestatud pildi avamiseks ja töötlemiseks.

Näitena vaatleme, mida saab teha programmi **MS Photo Editor** abil.

Kujutise kontrastsuse ja heleduse muutmiseks valige käsk **Balance** menüüst **Image**.

Seejärel võib menüüst **Effects** valida käsud **Posterize 2 bit** või **Edge**, et saada paremat interferentsipilti kitsamate ribaservadega. Valige välja ilusaim (teravaim) interferentsiriba ja kasutage kursorit riba koordinaatpunktide määramiseks. Valitud punkti koordinaadid (tavaliselt pikselites) kuvatakse arvuti ekraani

alavaservas. Mõõtmisi alustage interferentsiriba sirgest osast (soojenemata/häirimata alast) ja registreerige kogu riba ulatuses punktide koordinaadid  $x_i, y_i$ . Mõõtmiste samm on vabalt valitav, kuid kogu riba ulatuses peaks üles võtma vähemalt 20 punkti koordinaadid.

Leidmaks vastavust pikslite ja millimeetrite vahel, kasutame fotografeeritud pildi alaosas olevat skaalat.

Pikslites saadud interferentsiriba vertikaalne nihe  $x$  tuleb teisendada interferentsi-järgu muutusteks  $\Delta m$ . Selleks leiame kahe tumeda naaberriba, millele vastab  $\Delta m = 1$ , vahelise kauguse pikslites. Suurema täpsuse huvides tuleb määrata keskmine kaugus 5 kuni 10 riba vahel. Loeme, et riba mõlemas servas on  $x = 0$ <sup>18</sup>).

Joonistame graafiku  $x = f(y)$ . Saamaks sõltuvuse  $\Delta m = f(y)$  astmelist lähendust, jagame graafiku sobivalt ühesuguse laiusega tsoonideks  $\Delta y$  ( $\Delta y \cong y_{\max} / N$ ), nagu näidatud joonisel 2.11. Ühel pool traadist peab  $N < 10$ . Esimene tsoon peab olema häirimata piirkonnas, kus nii  $x = 0$  kui ka  $\Delta m = 0$  ja viimane,  $N$ -s tsoon peab lõppema traadi keskel. Mõõtemääramatus väheneb märgatavalt, kui teha tsoonideks jagamine interferentsipildi mõlema poole jaoks eraldi.

<sup>18</sup> Tegelikult on väga raske saavutada olukorda, kus riba äärmistes punktides on vertikaalsed nihked  $x$  võrdsed, kuna 1) kuumutatud traadi puhul on raske saada rangelt horisontaalseid ribasid; 2) temperatuuriväli  $T(r)$  ei ole rangelt telgsümmeetriline. Seetõttu on kummaski servas väärtusele  $x = 0$  vastav pikslite arv erinev. Leidmaks iga  $y$ -koordinaadile vastavat parandusliiget, tuleb kasutada kuumutatud traadi interferentsipilti.

**Edasisteks arvutusteks kasutame optika praktikumis toodud Mathcadi programmi ([fail "Michelsoni n arvutus"](#)).** Seepärast ei ole vaja interferentsiriba nihkeid  $x_1, x_2, \dots$  käsitsi ümber arvutada interferentsijärgu niheteks  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots$ . Programmi tuleb sisestada nihked  $x_i$  alustades esimesest tsoonist, kus  $x = 0, y = 0$ , ribadevahelise kaugus ( $\Delta m = 1$ ) pikselites ning tsooni laiuse  $\Delta y$  millimeetrites (NB! See ja järgnev protseduur tuleb teha mõlema interferentsipildi poole jaoks eraldi. Programm arvutab murdumisnäitajate vahed  $\Delta n_i = n_0 - n_i$  iga tsooni jaoks. Kuumutamata õhu murdumisnäitaja  $n_0$  antud lainepikkuse, toatemperatuuri ja rõhu jaoks võite leida käsiraamatust või arvutada programmiga "[Refractive index](#)" (faili Michelsoni n arvutus lõpus).

Lõpetuseks arvutage valemi (2.17) alusel temperatuurid  $T_i$  ja joonistage temperatuuri jaotuse graafik kuumutatud traadi ümber ning teine graafik valemi (2.16) põhjal, et veenduda tehtud eelduste kehtivuses.

## Küsimused

1. Kuidas saaks Michelsoni interferomeetri abil hinnata valgusallika koherentsusaega  $\tau$ ?
2. Nähtav valgus on lainepikkuste vahemikus 400-760 nm. Hinnata maksimaalset interferentsijärku ja võrrelda saadud tulemust samapaksusribade arvuga, mida saadi valges valguse. Analüüsida.
3. Samakalderibad. Peeglite diameeter on 2 cm ja vaatleja silm on peeglist ca 40 cm kaugusel. Hinnata vahemaad  $h$ , kui vaateväljas on näha üks hele rõngas.
4. Millise eelise annab kompensatsiooniplaadi kasutamine?
5. Millised muutused toimuksid interferentsipildi nähtavuses, kui oleks tegemist punktvalgusallikaga?
6. Valemi (2.9) järgi kauguse  $h$  vähenedes suureneb rõngastevaheline nurkkaugus. Kuidas aga  $h$  vähenemisel muutub  $m$ -järku rõnga nurkkaugus?
7. Kui suur on samapaksusjoonte vaheline kaugus, kui peeglite  $M_2$  ja  $M'_1$  vaheline nurk on  $5'$ ? Kas nad on silmaga eraldatavad?
8. Missugust interferentsipilti me näeksime, kui Michelsoni interferomeetrile (poolpeeglile  $P$ ) langeks paralleelne kiirtekimp?
  - a) Paralleelsete peeglite  $M_2, M'_1$  korral?
  - b) Nurga all olevate  $M_2, M'_1$  korral?