

GEOMEETRILINE OPTIKA

Saateks

Füüsikaosakonna optikakursuse osa 'geomeetriline optika' on mõeldud iseseisvaks omandamiseks. Momendil puudub kõigile kättesaadav õpik, kus geomeetrilist optikat käsitletakse piisavas mahus. Esitatav õppevahend peaks seda lünka mingil määral täitma.

Materjali valikul ja ühe või teise probleemi lahtiseletamise määral on lähtutud

- traditsioonilistest küsimusteringist, mida käsitletakse geomeetrisel optikas;
- tudengi tüüpilistest väärarusaamadest, mis korduvad aastast aastasse;
- mõningatest uutest tendentsidest tänapäeva optikatööstuses.

Tekstis on toodud rida **viiteid** (*hüperlink'e*), mis peaks tegema esitatu näitlikumaks. Materjal on **omandatud**, kui me teame, kuidas mingi teoreetiliselt osas toodud seos töötab, st oskame lahendada ülesandeid ja prognoosida mingi sõltuvuse käiku. Keerulistemate valemite puhul soovitan appi võtta Mathcad'i, paar näidet tema rakendamise kohta on tekstis toodud.

Hindamisest. Materjali omandamise taset hinnatakse testiga geomeetrisel optikast. Eksamile ei saa enne, kui test on sooritatud. Testi tulemus liitub eksamil saaduga. **A**-tasemel vastus eeldab õppevahendi omandamist täies mahus, **D**-tase eeldab, et üliõpilane on võimeline selgitama 'Sisukorras' toodud märksõnu. Mistahes tasemel positiivse tulemuse saamiseks tuleb omandada kujutise graafiline konstrueerimine.

Kõik joonised tegi ja toimetas õppevahendi võrku Helle Roos, ma olen talle väga tänulik. On võimatu, et tekstis puuduvad vead. Autor on tänulik, kui neile tähelepanu juhitakse.

Jaanuar 2000

Matti Laan

Matti.Laan@ut.ee

Sisukord.

1. Põhimõisted.

1.1 Elektromagnetlaine lähendused. Laineoptika, geomeetriline optika. Lainefront, kiir. Sfääriline laine, tasalaine. Homotsentriline ja paralleelne kiirtekimp. Huygeni ja Fermat printsiip.

1.2 Peegeldumis- ja murdumiseseadus. Langemistasand. Langemis-, peegeldumis-, murdumisnurk. Peegeldumis- ja murdumiseseadus. Suhteline ja absoluutne murdumisnäitaja. Kiirte pööratavus.

1.3 Paralleelse kiirtekimbu murdumine. Kiirtekimbu laiuse muutumine murdumisel. Tasaparalleelne plaat, kiire nihe. Prisma, kiire käik, kaldenurk, kaldemiinimum. Väikese murdva nurgaga prisma.

1.4 Optiline süsteem, kujutis. Ideaalne optiline süsteem. Stigmaatiline kujutis. Kaaspunktid. Tõeline ja näiv kujutis. Tasapeegel. Peegelsümmeetria. Murdumine tasapinnal – astigmaatiline kujutis. Peegeldumine ja murdumine sfäärilisel pinnal.

2. Paraksiaalne lähendus.

2.1 Murdumine sfäärilisel pinnal paraksiaalses lähenduses. Paraksiaalne lähendus. Seos eseme ja kujutise kauguse vahel. Märkide reeglid. Fookus, tõeline ja näiv. Fookusekaugus. Fokaaltasand. Peegli valem.

2.2 Õhuke lääts. Tsentreeritud optiline süsteem. Optiline tšenter. Optiline peatelg. Läätsel valmistaja valem. Läätsede tüübid. Läätsel valem. Koondav ja hajutav lääts.

2.3 Kujutise graafiline leidmine. Kujutise leidmine põhikiirte abil: koondav ja hajutav lääts, kumer- ja nõguspeegel.

2.4 Newtoni valem.

2.5 Suurendus. Risti- ja pikisuurendus.

2.6 Optiline tugevus. Laine frondi kõverus. Taandatud kõverus. Diopter. Optiline tugevus.

2.7 Paks lääts ja läätsede süsteem. Peatasandid, peapunktid. Kujutise konstrueerimine. Sõlmpunktid. Kardinaalelemendid.

2.8 Ekvivalentne optiline tugevus. Kahest õhukesest läätsel koosneva süsteemi optiline tugevus ja fookusekaugus. Paksu läätsel optiline tugevus ja fookusekaugus.

2.9 Maatriksoptikast.

3. Aberratsioonid

3.1 Geomeetrilised aberratsioonid. Sfääriline aberratsioon. Läätsel kui prismade süsteem. Koma. Astigmatism, meridionaal- ja sagitaaltasand. Vaatevälja kõverus. Distorsioon.

3.2 Kromaatileine aberratsioon

4. Aberratsioonivabad optilised elemendid. Kiirte isokroonsus – aberratsioonivaba kujutise saamise tingimus. Cartesiuse pinnad, asfäärilise optika elemendid. Gradientläätsed.

5. Optilised instrumendid.

5.1 Luup. Parima nägemise kaugus. Nurksuurendus akommodeerimata ja akommodeeritud silma puhul.

5.2 Mikroskoop. Kujutise konstrueerimine mikroskoobis. Mikroskoobi suurendus. Apertuurarv. Immersioonivedelik.

5.3 Pikksilm. Kepleri pikksilm. Pikksilma suurendus. Galileo pikksilm. Peegelteleskoop.

5.4 Inimese silm, vt OV1, OV2. Ehitus. Spektraalne tundlikkus. Lainepikkuse ja värvuse vahetõrd. Dünaamiline diapasoõn. Ajaline koste. Lahutusvõime. Optiline silm.

5.5 Nägemise korrigeerimine, vt OV3.

6. Geomeetrilise optika rakendatavuse piirid. Difraktsioon. Rayleigh kriteerium. Lahutusvõime.

1. Põhimõisted

1.1 Elektromagnetlainel lähendused

Valguse **elektromagnetlaineteooria** opereerib vektorsuurustega $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$. Mingi konkreetse probleemi lahendamiseks on meil vaja lahendada osatuletistega diferentsiaalvõrrandite süsteem. Lahendamiseks on vaja teada nii ainevõrrandeid (st seoseid $\vec{D} = f(\vec{E})$ ja $\vec{H} = f(\vec{B})$) kui ka ääretõngimusi. Ka juba suhteliselt lihtsate probleemide lahendamisel tekivad suured matemaatilised raskused.

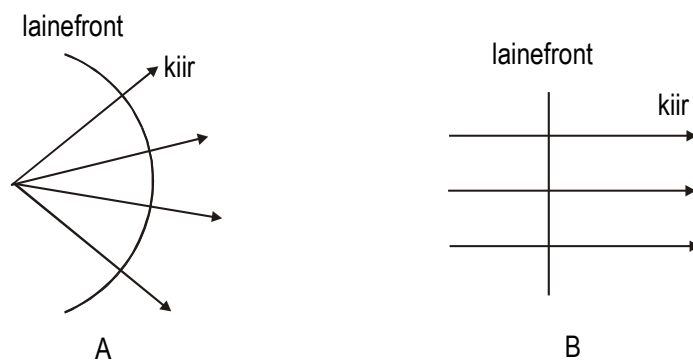
Laineoptika lähendus vaatleb valgust skalaarse ristlainena, mida iseloomustab amplituud ja faas. Enamik interferentsi ja difraktsiooni probleeme lahenduvad laineoptika lähenduses piisava

täpsusega, nt valguse difrakteerumisel aval ilmnevad mõneprotsendilised erinevused elektromagnetlaineteooria arvutustest alles juhul, kui ava mõõtmed on väiksemad kui viiekordne lainepikkus.

Kui on vaja leida kujutise tekkimist läätstes, osutub ka laineoptika lähendus tarbetult keerukaks.

Geomeetrilise optika (kiirteoptika) lähenduses loetakse lainepikkust λ tühiselt väikeseks; valgust iseloomustatakse energia levikusuunaga – kiirega.

Edaspidi loeme keskkonna, kus levib valgus, isotroopseks¹. Sel juhul on laineoptika üks põhimõistetest – lainefront² – ja valguskiir üheselt seotud: kiir on suunatud piki lainefronni normaali (Jn 1.1). Punktvalgusallikast väljub sfääriline laine, järelikult lähtuvad kõik kiired ühest ja samast punktist. Sellist kiirtekimpu nimetatakse homotsentriliseks. Lõpmatuses asuvast valgusallikast jõuab meieni tasalaine, mille vasteks geomeetrilises optikas on paralleelne kiirtekimp



Jn 1.1 A - sfääriline laine \equiv homotsentriline kiirtekimp; B - tasalaine \equiv paralleelne kiirtekimp.

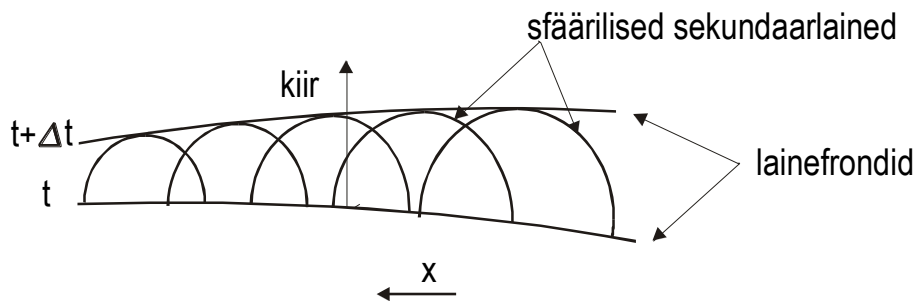
Valguse levikumehanismi selgitatakse laineoptika ja geomeetrilise optika lähenduses vastavalt Huygeni ja Fermat printsiibi abil.

Huygeni printsiibi kohaselt on lainefronni iga punkt sfäärilise sekundaarlaine (lainekeste) allikas³. Kui on teada lainefront ajahetkel t , siis lainefronniks ajahetkel $t + \Delta t$ on esialgselt lainefronnist lähtuvate sekundaarlainete mähispind (Jn 1.2). Mingi lainekeste lähtepunkti ning lainekeste ja lainefronni puutepunkti ühendav sirglõik on valguskiir so energia levikusuund.

¹ Isotroopne keskkond – keskkond, mille omadused ei sõltu suunast ega valguse polarisatsioonist

² Lainefront – pind, milleni on valgusallikast lähtuv valgus levinud antud ajamomendiks

³ Fresneli täiendus (Huygens-Fresneli printsiip): lainefronni punktid on koherentsete lainekeste allikad

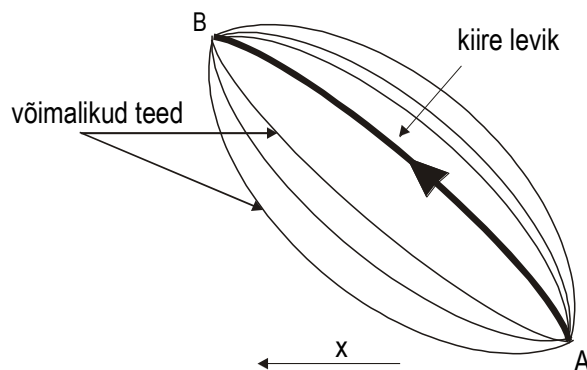


Jn 1.2 Lainefronti leidmine vastavalt Huygeni pritsiibile; keskkond on mittehomogeenne, murdumisnäitaja $n(x)$ kasvab paremalt vasakule.

Lainefrontide levik peegeldumisel ja murdumisel (animatsioon) on esitatud

<http://didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/~pkrhmer/ntnujava/propagation/propagation.html> - Huygens: peegeldumine ja murdumine.

Fermat printsiibi kohaselt levib valgus punktist A punkti B mööda teed, mille läbimiseks kulub minimaalne aeg (Jn 1.3).



Jn 1.3 Valguskiire levik vastavalt Fermat printsiibile; keskkond on mittehomogeenne, murdumisnäitaja $n(x)$ kasvab paremalt vasakule.

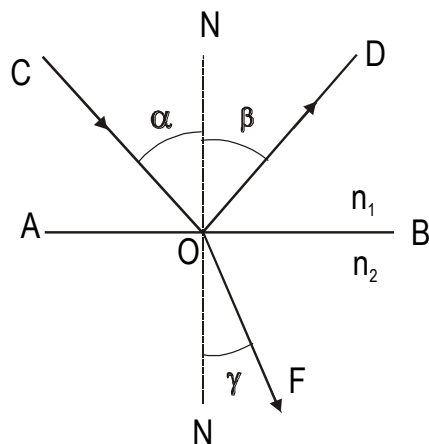
Kiire levik peegeldumisel ja murdumisel (animatsioon) on esitatud

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/~hwang/Fermat/Fermat.html> - Fermat printsiip

1.2 Peegeldumis- ja murdumiseseadus

Seaduspärasused peegeldumisel olid ilmselt teada juba antiikajal, murdumiseseadused leiti empíirilisel Snell'i (Snelliuse) poolt. Peegeldumis- ja murdumiseseadused võib tuletada, lähtudes nii elektromagnetlainete teooriast, Huygeni printsiibist kui ka Fermat printsiibist.

Olgu kahe keskkonna lahutuspinnaks tasapind. Valgus, langedes lahutuspinnale (piirpinnale), osaliselt peegeldub tagasi esimesse keskkonda ja osaliselt murdub teise keskkonda. Valguse **langemistasandiks** nimetatakse tasandit, mis on määratud langeva kiire CO ja kiire langemispunktist O lahutuspinnale tõmmatud pinnanormaliga (Jn 1.4).



Jn 1.4 Peegeldumine ja murdumine; AB - lahutuspinna lõikejoon joonise tasandiga; CO - langev kiir; O - langemispunkt; OD - peegelduv kiir; OF - murduv kiir; NN' - pinnanormaal.

Langemis-, peegeldumis- ja murdumisnurka α, β, γ loetakse pinnanormaalist.

Peegeldumis- ja murdumisseadus isotroopses keskkonnas:

- nii peegelduv kui ka murduv kiir on langemistasandis;
- peegeldumisnurk võrdub langemisnurgaga $\beta = \alpha$ (1.1);
- antud lainepikkusel on langemis- ja murdumisnurga siinuste suhe konstantne $\sin \alpha / \sin \gamma = N_{21}$ (1.2).

N_{21} on **suhteline murdumisnäitaja** \equiv teise keskkonna murdumisnäitaja esimese suhtes. Kui esimeseks keskkonnaks on vaakum, siis $N_{21} = n_2$, kus n_2 on teise keskkonna **absoluutne murdumisnäitaja**⁴. Murdumisnäitaja n on seotud valguse kiirusega v keskkonnas $n = c/v$ (c - valguse kiirus vaakumis); seose (1.2) võib esitada kujul

$$\sin \alpha / \sin \gamma = N_{21} = n_2 / n_1 = v_1 / v_2 \quad (1.3).$$

Kui $n_2 > n_1$, siis nimetatakse teist keskkonda optiliselt tihedamaks ja esimest keskkonda optiliselt hõredamaks. Optiliselt tihedamas keskkonnas on valguse levikukiirus väiksem ja mingi teepikkuse Δx läbimiseks kulub seal rohkem aega. Korrutist $n\Delta x$ nimetatakse **optiliseks teepikkuseks**.

Valguskiirt iseloomustab **pööratavus**: kui kiir langeb teisest keskkonnast lahutuspinnale nurga γ all, siis tema murdumisnurgaks esimeses keskkonnas on α .

1.3 Paralleelse kiirtekimbu murdumine

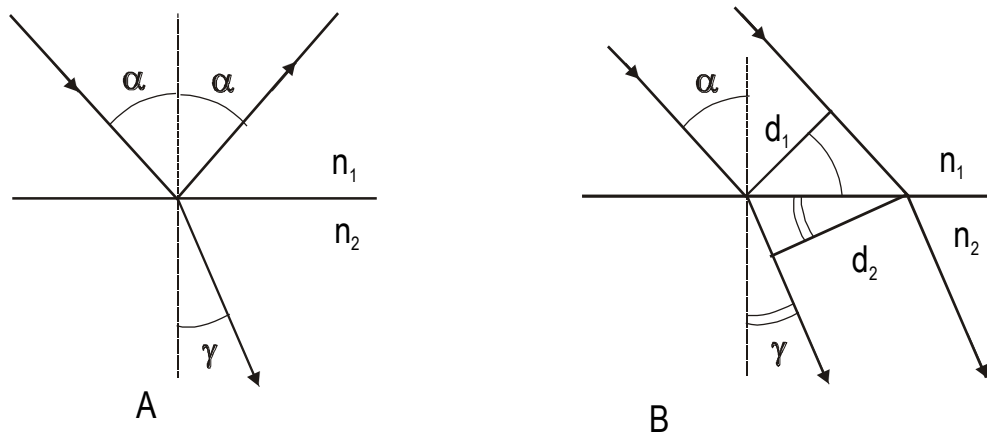
Reaalsed kiirtekimbud omavad alati lõplikku ristlõike pindala. Paralleelse kiirtekimbu puhul kujutatakse joonistel tavaliselt kiirtekimbu asemel üht kiirt (Jn 1.5A). Selline esitusviis on piisav, kui meid huvitavad vaid geomeetrilised seaduspärasused. Langeva ja murduva valguse vahelise energeetilise seose leidmisel tuleb aga arvestada, et murdumisel kiirtekimbu laius langemistasandis⁵ muutub (Jn 1.5B)

$$d_1 / d_2 = \cos \alpha / \cos \gamma \quad (1.4).$$

⁴ Kui murdumisnäitajaid kasutatakse ilma indeksiteta, siis on vaikimisi eeldatud, et üks keskkondadest on õhk ja õhu murdumisnäitaja loetakse võrdseks ühega.

⁵ Langemistasandiga ristsihis jääb kiirtekimbu laius samaks.

Kui $n_2 > n_1$, siis $d_2 > d_1$, murdudes optiliselt tihedamasse keskkonda kiirtekimbu laius suureneb ja energiatihedus väheneb.

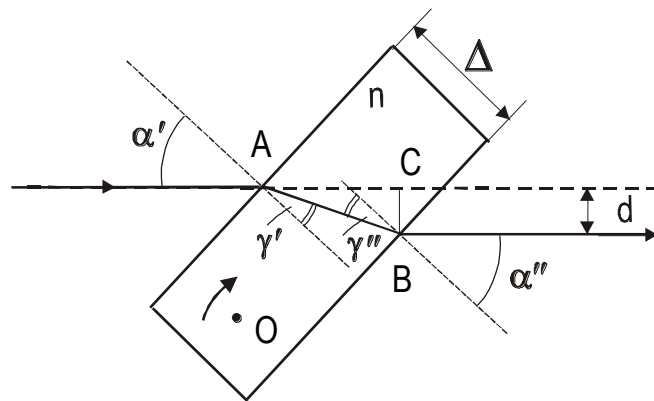


Jn 1.5 Kiir ja kiirtekimp⁶

Tasaparalleelne plaat, mille paksus on Δ ja murdumisnäitaja n , on paljude optikaseadmete elemendiks. Jn 1.6 johtub, et plaadi läbimisel kiire siht ei muutu (kuna $\gamma' = \gamma''$, siis $\alpha'' = \alpha'$), toimub vaid tema paralleelnihe. Pöörates plaati ümber langemistasandiga ristuva telje O , muutub nii nihe d ($d = BC$) kui ka optiline teepikkus Ln ($L = AB$). Vastavalt joonisele $AB = \Delta / \cos \gamma'$ ja $CB = AB \sin(\alpha' - \gamma')$ ning saame

$$\text{optilise teepikkuse} \quad Ln = \Delta n / \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} \quad (1.5)$$

$$\text{ja nihke} \quad d = \Delta \sin(\alpha - \gamma) / \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} \quad (1.6).$$



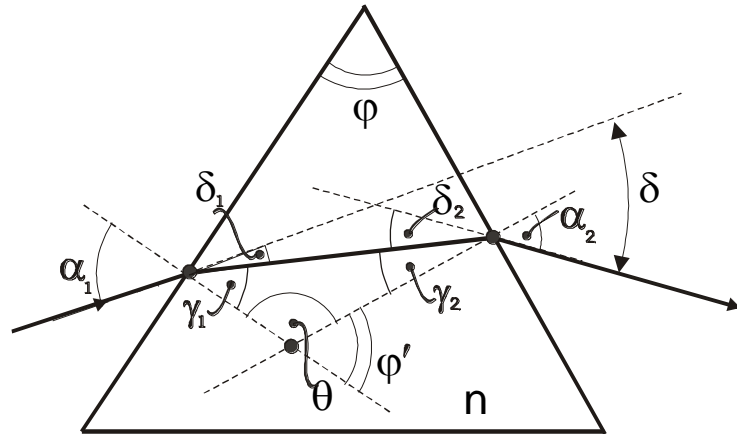
Jn 1.6 Tasaparalleelne plaat

Prismasid kasutatakse nii valguse murdmiseks kui ka peegeldamiseks. Lihtsaimal murdval **prismal** on kaks murdvat tahku, nende ühist serva nimetatakse prisma **murdvaks servaks** ning

⁶ Vältimaks joonise ülekoormamist detailidega, ei ole B-osal kujutatud peegelduvat kiirtekimpu. Sama kehtib ka järgnevate jooniste puhul (nt Jn 1.6, 1.7 jne).

tahkudevahelist nurka prisma **murdvaks nurgaks**. Jn 1.7 kujutatud prisma lõiget, mis on risti prisma murdva servaga, nimetatakse **prisma peatasandiks**.

Nurka δ prismasse siseneva ja väljuva kiire vahel nimetatakse **kaldenurgaks**.



Jn 1.7 Kiire levik prismas

Leiame, kuidas muutub kaldenurk sõltuvalt langemisnurgast α_1 .

Kaldenurk δ on summa kaldenurkadest δ_1 ja δ_2 prisma mõlemal murdval tahul. Jooniselt on näha, et

$$\delta_1 = \alpha_1 - \gamma_1 \text{ ja } \delta_2 = \alpha_2 - \gamma_2, \text{ seega } \delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha_1 + \alpha_2 - (\gamma_1 + \gamma_2) \quad (1.7).$$

Ristuvate haaradega nurgad on võrdsed, seega $\varphi' = \varphi$. Kuna Θ on φ' täiendnurk, saame

$$\Theta = 180 - \varphi' = 180 - \varphi \quad (1.8).$$

Kolmnurgast $\bullet\bullet\bullet$ saame $180 = \gamma_1 + \gamma_2 + \Theta$ ja arvestades seost (1.8) avaldub murdev nurk

$$\varphi = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (1.9).$$

Nüüd omandab (1.7) omandab kuju $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi$ (1.10).

Nurga α_2 asendamiseks lähtume murdumisest. Teise murdva tahu jaoks $\sin \alpha_2 = n \sin \gamma_2$

$$\begin{aligned} \text{ehk}^7 \quad \alpha_2 &= \text{asin}[n \sin \gamma_2] = \text{asin}[n \sin(\varphi - \gamma_1)] = \text{asin}[n(\sin \varphi \cos \gamma_1 - \cos \varphi \sin \gamma_1)] = \\ &= \text{asin}[n(\sin \varphi \sqrt{1 - \sin^2 \gamma_1} - \cos \varphi \sin \gamma_1)]. \end{aligned}$$

Vabanemaks nurgast γ_1 kasutame murdumisest esimese tahu jaoks $\sin \gamma_1 = \sin \alpha_1 / n$.

Kaldenurk funktsioonina langemisnurgast avaldub

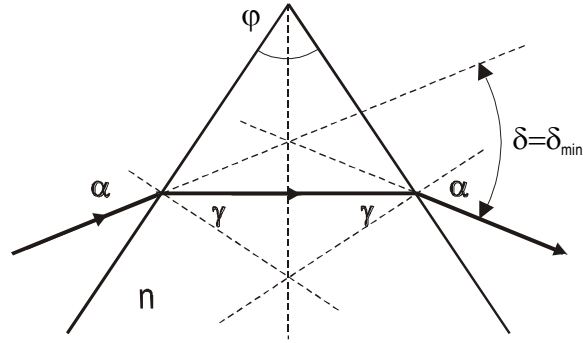
$$\delta = \alpha_1 + \text{asin} \left[\sin \varphi \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \cos \varphi \sin \alpha_1 \right] - \varphi \quad (1.11).$$

Esitades sõltuvuse $\delta = f(\alpha_1)$ graafiliselt konkreetsete φ ja n väärtuste jaoks ([vt kiire kaldenurk prismas](#)), näeme, et eksisteerib langemisnurk, mille puhul on kiire kaldenurk minimaalne

$\delta = \delta_{\min}$. Sel puhul öeldakse, et prisma on **kaldemiinimumi asendis**.

Väidame, et prisma on kaldemiinimumi asendis, kui kiirtekäik prismas on sümmeetriline murdva nurga nurgapoolitaja suhtes, siis $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ja $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ (Jn 1.8).

⁷ Arkusfunktsioonide jaoks kasutame Mathcad-i tähistusi.



Jn 1.8 Kaldemiinimumi asend.

Oletame vastuväiteliselt, et kaldemiinimumile $\delta = \delta_{\min}$ vastab asümmeetriline kiirtekäik (Jn 1.7). Kui nüüd muuta kiire levikusuunda (so paremalt vasakule), siis läbib kiir sama tee, mis eelnevalt ja me saame, et kaldemiinimumile vastaks kaks erinevat langemisnurka α_1 ja α_2 . See tulemus aga räägib vastu sõltuvusele (1.10). Seega: kaldemiinimumile vastab sümmeetriline kiirtekäik.

Samale tulemusele jõuame ka analüütiliselt, diferentseerides avaldist (1.9) langemisnurga α_1 järgi ja lahendades nurga δ jaoks ekstreemumülesande.

Sümmeetrilise kiirtekäigu puhul omandavad (1.7, 1.10) kuju $\delta_{\min} = 2\alpha - 2\gamma$ ja $\delta_{\min} = 2\alpha - \varphi$ ehk

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2} \quad \text{ja} \quad \gamma = \frac{\varphi}{2} \quad (1.12).$$

Kasutades murdumiseseadust $n = \sin \alpha / \sin \gamma$, saame lihtsa avaldise murdumisnäitaja määramiseks

$$n = \frac{\sin((\delta_{\min} + \varphi)/2)}{\sin(\varphi/2)} \quad (1.13).$$

Leidmaks mingi aine murdumisnäitajat n , valmistatakse temast prisma murdva nurgaga φ , leitakse prisma kaldemiinimumi asend ning määratakse nurk δ_{\min} . Kasutades valgusallikaid, mis kiirgavad erinevatel lainepikkustel λ ja arvutades valemi (1.13) järgi murdumisnäitaja, saab leida aine dispersioonikõvera $n = f(\lambda)$.

Olgu nüüd prisma murdev nurk väikene⁸. Sel juhul võib murdumiseseaduse $\sin \alpha / \sin \gamma = n$ kirjutada kui $\alpha / \gamma = n$ ja (1.7) teisendub

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - (\gamma_1 + \gamma_2) = n(\gamma_1 + \gamma_2) - (\gamma_1 + \gamma_2).$$

Vastavalt avaldisele (1.9) $\varphi = \gamma_1 + \gamma_2$, seega

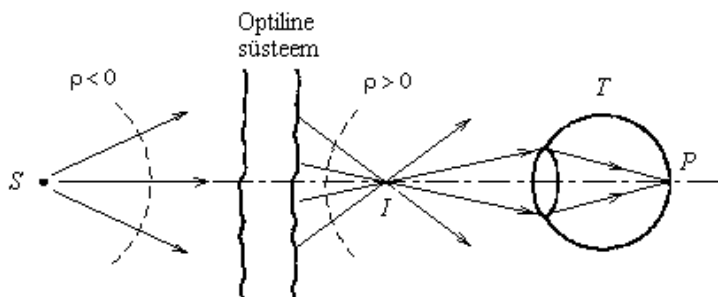
$$\delta = \varphi(n - 1) \quad (1.14):$$

väikese murdva nurgaga prisma on kiire kaldenurk sõltumatu langemisnurgast.

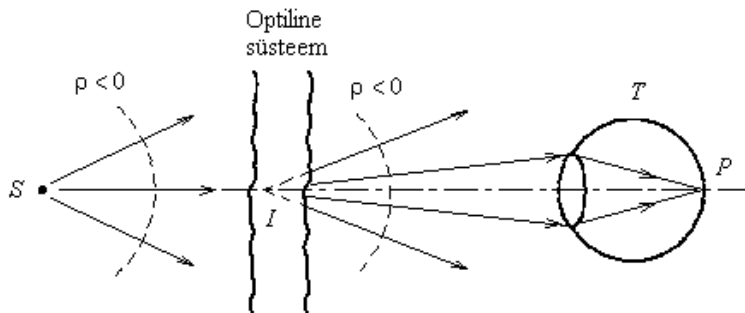
⁸ Mingit nurka x võib lugeda väikeseks, kui $\sin x = x$ (NB ! x on radiaanides). See võrdus kehtib 1% täpsusega, kui $x < 15^\circ$ (vt Jn 3.1).

1.4 Optiline süsteem, kujutis

Optiline süsteem (peegel, lääts, prisma jne.) transformeerib lainefrontri ehk geomeetrilise optika keeles: muudab kiirte levikusuunda. Mingi ese koosneb paljudest elementidest - eseme punktidest, millest igaüks kiirgab⁹ ruumi sfäärilise laine. Kui optilisele süsteemile langev sfääriline laine transformeerub jälle sfääriliseks, on meil tegemist **ideaalse optilise süsteemiga** e. ideaalse süsteemi korral jääb homotsentriline kiirtekimp peale süsteemi läbimist homotsentriliseks. Optilist süsteemi läbinud kiirtekimbu tsentrit I nimetatakse punkti S kujutiseks. Ideaalse optilise süsteemi korral on punktallika S kujutis I samuti punkt, meil on tegemist **stigmaatilise kujutisega**. Esemeruumi punkti S ja kujutiseruumi punkti I nimetatakse **kaaspunktideks**. Analoogiliselt defineeritakse kaassirged, kaastasandid jne. Kujutis võib olla **tõeline** (Jn 1.9) või **näiv** (Jn 1.10).



Jn 1.9 Optilise süsteemi läbimisel tekib tõeline kujutis: I -s koonduvad kiired. S - allikas; I - kujutis; ρ - lainefrontri kõverusraadius; T - kiirguse vastuvõtja (tajur).

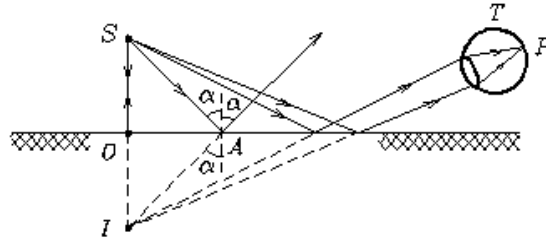


Jn 1.10 Optilise süsteemi läbimisel tekib näiv kujutis: I -s lõikuvad kiirte pikendused. Tähisted vt Jn 1.9.

Sõltumata sellest, kas kujutis on tõeline või näiv, kutsub tajuri T koste (silmas - valgusaistingu, fotoaparaadis - filmi tumenemise, CCD - kaameras - laengu kogunemise jne.) esile tema valgustundliku elemendini P jõudev kiirgusvoog. Seega on näiv kujutis sama reaalne nagu tõeline kujutis. Ainus erinevus tõelisest kujutisest seisneb selles, et paigutades I asukohta (Jn 1.10) ekraani, ei teki ekraanil kujutist.

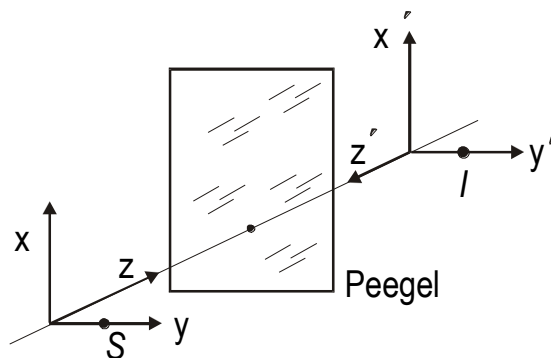
⁹ Ese võib ise kiirata (nt hõõglambi niit), kuid enamikel juhtudel on ese nähtav tänu mingist välisest valgusallikast lähtuvale ja esemelt hajuvale valgusele.

Peegeldumine tasapinnalt. Langegu esemepunktist S **tasapeeglile** sfääriline laine (Jn 1.11). Mida suurem on kaugus x punktist S tõmmatud pinnanormaali ja kiire langemispunkti A vahel, seda suurem on ka peegeldumisnurk ja seetõttu kiired ei löiku - meil on tegemist näiva kujutisega. Mistahes kaugusel x on kolmnurk SAI võrdhaarne, seega võrdub kujutise kaugus peeglist alati allika S vastava kaugusega ($|a_2| = |a_1|$). Peegelduv kiirtekimp on homotsentriline ja kujutis - stigmaatiline.



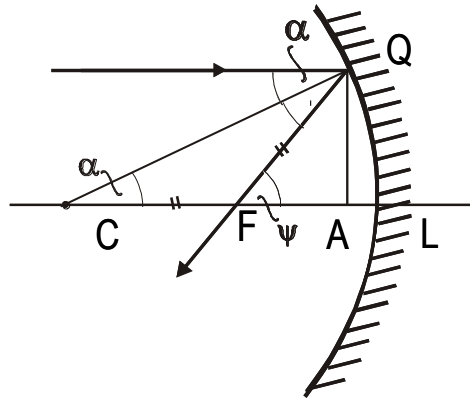
Jn 1.11 Peegeldumine tasapeeglis

Peegeldumisel vahetatakse ringi parem ja vasak pool: Jn 1.12 paikneb ese S koordinaatide alguspunktist paremal, kujutis I aga paikneb koordinaatide alguspunktist vasakul. Koordinaatteljestik xyz moodustab parempoolse, aga $x'y'z'$ - vasakpoolse kolmiku. Seega tranformeerub parempoolse keermega kruvi peegeldumisel vasakpoolse keermega kruviks. xy tasandis paikneva \mathbf{X} - kujulise objekti peegelkujutis ei erine objektist endast; kõneldakse, et objekt omab **peegelsümmeetriat**. \mathbf{L} - kujulisel objektil peegelsümmeetria puudub.



Jn 1.12 Vasak - parema vahetamine peegeldumisel

Peegeldumine sfäärilisel pinnal. Langegu nõguspeeglile kõverusraadiusega $R = CQ$ paralleelne kiirtekimp st ese paikneb lõpmatuses (Jn 1.13).



Jn 1.13 Peegeldumine sfäärilisel pinnal

Kujutis tekib peegelduva kiire ja optilise telje lõikepunktis F . Leiame kujutise asukoha $x = R - CF$ sõltuvalt langeva kiire kaugusest optilisest teljest $h = QA$. Kuna kolmnurk CQF on võrdhaarne ($FQ = CF$), siis $2\alpha + (180^\circ - \psi) = 180^\circ$ ehk $\psi = 2\alpha$. Avaldame kauguse h kolmnurkadest CQA ja FQA

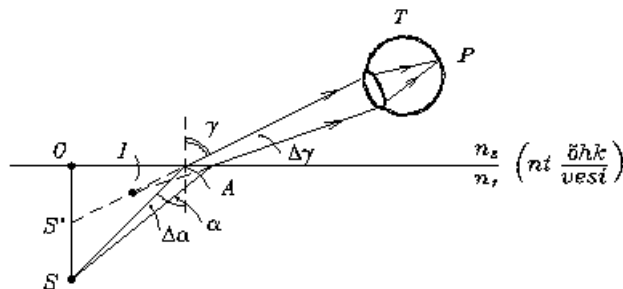
$$h = R \sin \alpha \text{ ja } h = FQ \sin \psi = (R - x) \sin 2\alpha .$$

Kombineerides avaldise saame

$$x = R - h / \sin \left[2 \operatorname{asin} \left(\frac{h}{R} \right) \right] \quad (1.15);$$

kujutise asukoht muutub sõltuvalt sellest, kui kaugel on langev kiir optilisest teljest (vt [peegeldumine sfäärilisel pinnal](#)). Seega ei saa me enam eseme punktist stigmaatilist kujutist.

Murdumine tasapinnal. Olgu valgusallikas S optiliselt tihedamas keskkonnas (Jn 1.14), $\sin \alpha / \sin \gamma = n_2 / n_1 < 1$.

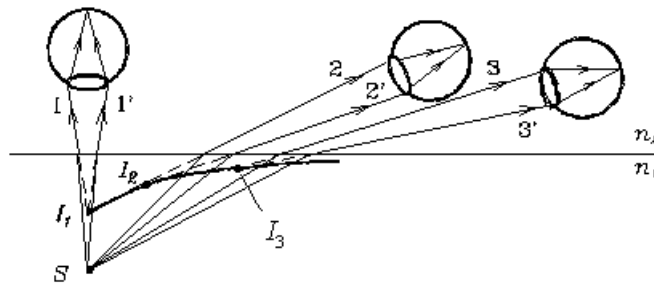


Jn 1.14. Murdumine tasapinnal

Teise keskkonda murduv kiirtekimp on hajuv, seega on kujutis näiv ja ta asetseb murduvate kiirte pikenduste lõikepunktis. Nurga γ all murduva kiire pikendus lõikab pinnanormaali SO

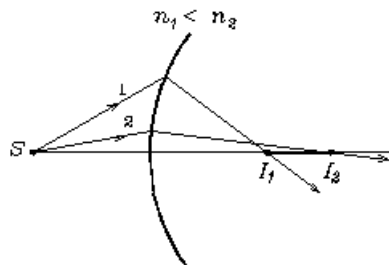
punktis S' . Kolmnurkadest SOA ja $S'OA$ saame seose $OS'/OS = \tan \gamma / \tan \alpha$. Kuna vastavalt murdumiseseadusele $\sin \gamma / \sin \alpha = \text{const.}$, siis $\tan \gamma / \tan \alpha \neq \text{const.}$ ja lõikepunkti S' asukoht on erinevate vaatesihtide puhul erinev. Antud vaatesihile (mis on iseloomustatav nurgaga γ) vastava kujutise I asukoht on määratud tajurini T jõudvate kiirte pikenduste lõikepunktiga. Kuna nurk $\Delta \gamma$ on reeglina väike, siis võib antud vaatesihis registreeritavat näivat kujutist lugeda punktiks.

Jn 1.15 on toodud erinevatele vaatesihtidele 1, 2, 3 vastavad kujutised I_1, I_2, I_3 , mis paiknevad pöördpinnal, mille lõikejoon tasandiga on esitatud rasvaselt. Murdumisel tekkiv kiirtekimp ei ole enam homotsentriline, punktallikale S ei vasta enam punktkujutis ja me kõneleme astigmaatilisesest kujutisest.



Jn 1.15 Kujutise asukoha sõltuvus vaatesihist.

Murdumine sfäärilisel pinnal.



Jn 1.16. Murdumine sfäärilisel pinnal

Ka murdumisel sfääriliselt pinnal (Jn 1.16) on tekkiv kujutis on astigmaatiline - punkti S kujutiseks on lõpliku pikkusega lõik I_1I_2 .

Peegeldumise ja murdumise üldjuhul

- sfääriline laine ei jää enam sfääriliseks;
- homotsentriline kiirtekimp ei jää homotsentriliseks;

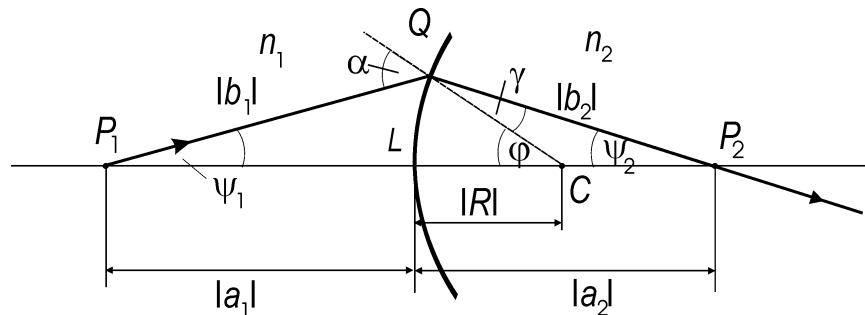
- punkti kujutis ei ole stigmaatiline.

Sisuliselt on toodud kolm järeldust ühe ja sama fakti väljendused, kuid kasutatavad mõisted on erinevad.

2. Paraksiaalne lähendus

2.1 Murdumine sfäärilisel pinnal paraksiaalses lähenduses

Olgu kahe keskkonna (murdumisnäitajad n_1, n_2) lahutuspinna sfääriline kõverusraadiusega $|R|$ (Jn 2.1). Rõhutatakse, et järgnevas käsitluses on kõik lõigud positiivsed, kasutame absoluutväärtuse märke. Ese P_1 paikneb lagipunktist L kaugusel $|a_1|$. Sirget, mis läbib eset, lagipunkti ja sfääri tsentrit nimetatakse optiliseks teljeks. Mingi esemest lähtuv kiir langeb piirpinnale punktis Q ja pärast murdumist lõikub optilise teljega punktis P_2 , mis ongi eseme kujutiseks.



Jn 2.1 Murdumine sfäärilisel pinnal

Kujutise kauguse $|a_2|$ ning eseme kauguse $|a_1|$ vahelise seose leidmiseks kasutame siinusteoreemi

$$\frac{|a_1| + |R|}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{|b_1|}{\sin \varphi} \quad (\text{kolmnurk } P_1QC) \quad \text{ja} \quad \frac{|a_2| - |R|}{\sin \gamma} = \frac{|b_2|}{\sin(180 - \varphi)} \quad (\text{kolmnurk } QP_2C)$$

Arvestades avaldise teisendamisel, et $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$ saame

$$\frac{|a_1| + |R|}{|b_1|} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \quad \text{ja} \quad \frac{|a_2| - |R|}{|b_2|} = \frac{\sin \gamma}{\sin \varphi}.$$

Murdumisreedus $\sin \alpha / \sin \gamma = n_2 / n_1$ lubab avaldise kombineerides saada

$$\frac{|a_1| + |R|}{b_1} = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{|a_2| - |R|}{b_2} \right) \quad (2.1).$$

Paraksiaalses¹⁰ lähenduses vaadeldakse kujutise tekkimisel vaid neid kiiri, mis moodustavad optilise teljega väikese nurga st $\sin \psi_1 \approx \psi_1$ ning $\sin \psi_2 \approx \psi_2$. Seega võime lugeda, et $|b_1| \approx |a_1|$ ja $|b_2| \approx |a_2|$ ja teisendades (2.1) saame

$$\frac{n_1}{|a_1|} + \frac{n_2}{|a_2|} = \frac{n_2 - n_1}{|R|} \quad (2.2).$$

Näeme, et puudub sõltuvus nurkadest ψ_1, ψ_2 st paraksiaalses lähenduses kõik esemest P_1 lähtuvad kiired koonduvad pärast murdumist punktis P_2 - homotsentriline kiirtekimp jääb pärast murdumist homotsentriliseks.

Paraksiaalses lähenduses on meil tegemist ideaalse juhuga – punktile esemeruumis vastab punkt kujutiseruumis.

Teades murdumistähtajaid, kõverusraadiust ja eseme asukohta saab üheselt määrata kujutise asukoha.

Näide 1: olgu $n_1 = 1; n_2 = 1,5; |a_1| = 4$ m ja $|R| = 1$ m, kujutise kauguseks saame $|a_2| = 6$ m.

Paraku on valemi (2.2) rakendatavuspiirkond sellisel kujul piiratud.

Näide 2: kui võtta $|a_1| = 0,5$ m, saame $|a_2| = -1$ m st absoluutväärtus on negatiivne (!) –valem (2.2) ei tööta.

Andmaks (2.2)-le universaalsemat kuju tuleb vaadelda valemi suurusi algebralistena st lõigud a_1, a_2 ja raadius R võivad olla nii negatiivsed kui ka positiivsed.

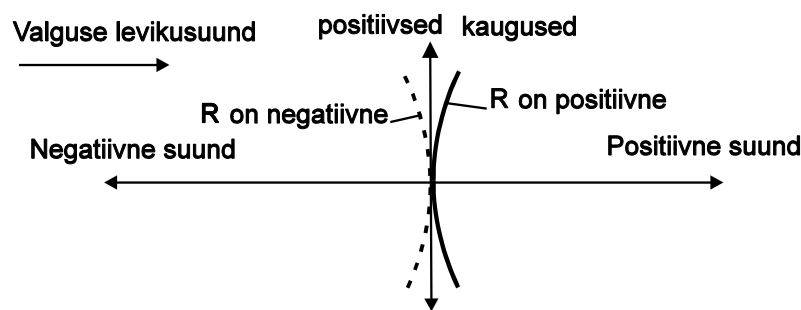
Formuleerime **märkide reeglid¹¹**.

Levigu valgus vasakult paremale ja koordinaatide alguspunktiks on lagipunkt (Jn 2.2).

Kaugusi, mida mõõdetakse murdvast pinnast vasakule s.o. vastu valguse levikusuunale, loetakse negatiivseks. Paremale mõõdetud kaugusi loetakse positiivseks.

Kõverusraadiusi mõõdetakse pinnast kõverusraadiuse tsentri suunas. Vasakul paiknevad raadiused on negatiivsed, paremal paiknevad aga positiivsed.

Kaugusi optilise telje kohal loetakse positiivseteks, kaugusi allpool optilist telge – negatiivseteks.



Jn 2.2 Märkide reeglid

¹⁰ Paraksiaalne – teljelähedane (kr. k.)

¹¹ Märkide reeglid on kokkuleppelised ja erinevates raamatutes kasutatakse erinevaid formuleeringuid. Meie kasutame reegleid Decartes'i poolt esitatud kujul.

Arvestades märkide reegleid võib seose (2.2) kirjutada kujul

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (2.3)$$

Valem (2.3) peab kehtima sõltumata kauguse a_2 ja raadiuse R väärtusest. Rakendame valemit ülaltoodud näidete jaoks.

Näide 1 $a_1 = -4 \text{ m}; R = +1 \text{ m} \rightarrow a_2 = +6 \text{ m}$ st kujutis paikneb lagipunktist paremal ja on seega tõeline, sest optilise teljega lõikub kiir.

Näide 2 $a_1 = -0,5 \text{ m}; R = +1 \text{ m} \rightarrow a_2 = -1 \text{ m}$; kujutis paikneb lagipunktist vasakul, on näiline, sest optilise teljega lõikub kiire pikendus.

Langevu vasakult keskkondade lahtuspinnale paralleelne kiirtekimp (ese on lõpmatuses: $a_1 = -\infty$). Paralleelne kiirtekimp koondub **tagumises fookuses** F_2 ja **fookusekaugus** avaldub

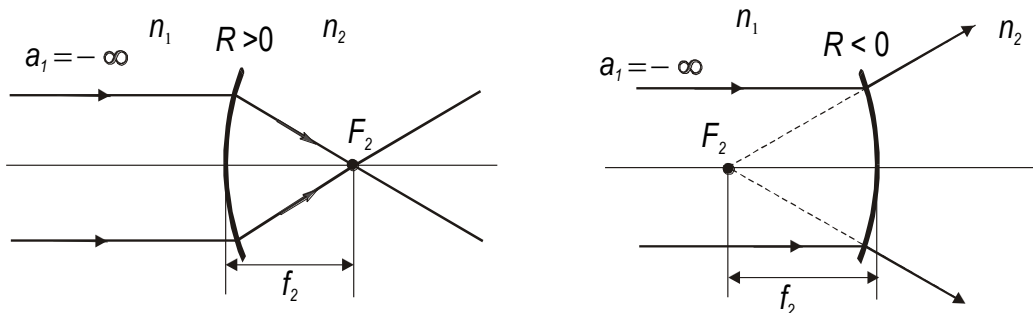
$$f_2 = a_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \quad (2.4).$$

Eesmise fookusekauguse saame, kui paralleelne kiirtekimp langeb lahtuspinnale paremalt ($a_1 = +\infty$)

$$f_1 = a_2 = -\frac{n_1}{n_2 - n_1} R \quad (2.5)$$

Näeme, et fookusekaugused sõltuvad vaid keskkondade murdumisnäitajatest ja lahtuspinna kõverusraadiusest.

Olgu $n_1 < n_2$ (nt õhk/klaas), fookuste asukoht on määratud vaid R -ga (Jn 2.3).



Jn 2.3 Kumera ($R > 0$) ja nõgusa ($R < 0$) pinna fookused

Kumera pinna tagumine fookus paikneb murdvast pinnast paremal ja on tõeline, nõguspinna tagumine fookus paikneb pinnast vasakul ja on näiv.

Tasandit, mis läbib fookust ja on risti optilise teljega nimetatakse **fokaaltasandiks**. Peale murdumist läätstes on kõik fokaaltasandi mingist punktist väljunud kiired omavahel paralleelsed.

Praktikas on meil ühe murdva pinnaga tegemist harva, kuid on üks väga oluline erand - vt <http://www.physic.ut.ee/instituudid/efti/loengumaterjalid/opt/optika/optikalisa/ovk.html>; OV2 Optiline silm, joonis 4.

Valem (2.3) on rakendatav ka peeglite puhul. Tuleb vaid arvestada, et peegeldumisel muutub valguse levikusuund ning langev ja peegelduv kiir levivad samas keskkonnas. Siit järeldub, et valemi kasutamiseks peegli puhul tuleb teha asendus $n_2 = -n_1$, saame **peegli valemi**

$$\frac{-n_1}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{-n_1 - n_1}{R} \quad \text{ehk} \quad \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1} = \frac{2}{R} \quad (2.6).$$

Märgireeglid ei muutu – kui ese/kujutis paiknevad peeglist vasakul, on a_1, a_2 negatiivsed; nõguspeegli kõverusraadius on negatiivne ($R < 0$) ja kumerpeeglil positiivne ($R > 0$). Võttes $a_1 = -\infty$ saame peegli fookusekauguse

$$f = \frac{R}{2} \quad (2.7);$$

nõguspeegli fookus on tõeline ($f < 0$) ja kumerpeegli fookus näiv ($f > 0$).

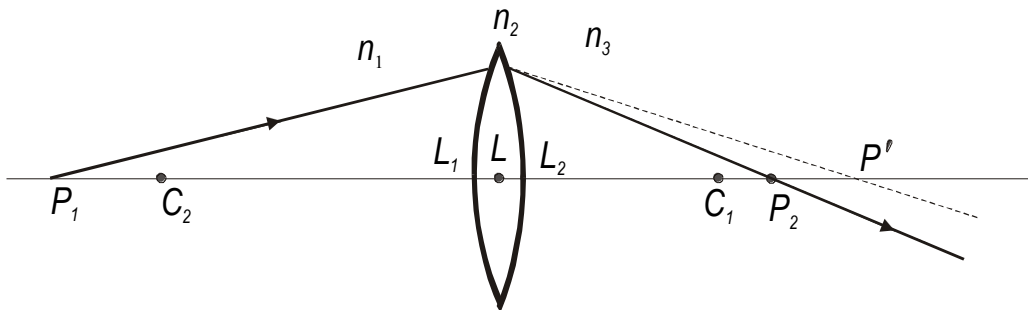
Valemist (2.6) järeldub, et kumerpeeglis ($a_1 < 0, R > 0$) tekkiv kujutis on alati näiv ($a_2 > 0$).

Sõltuvalt a_1 -st võib nõguspeegli kujutis olla nii näiv kui ka tõeline.

Tasapeeglis ($R = \infty$) tekkiv kujutis on näiv ($a_2 = -a_1$).

2.2 Õhuke lääts

Tavaliselt koosneb optiline süsteem rohkem kui ühest murdvast/peegeldavast pinnast. Kui pindade kõverusraadiuste tsentrid on ühel sirgel, on meil tegemist **tsentreeritud** optilise süsteemiga. Kahe murdva pinna poolt ääristatud lääts (Jn 2.4) nimetatakse õhukeseks, kui lagipunktide L_1, L_2 vaheline kaugus d on palju väiksem murdvate pindade kõverusraadiustest R_1, R_2 . Sellisel juhul sulavad L_1, L_2 kokku läätsesse **optiliseks tsentriks** L . Sirget, mis läbib optilist tsentrit L ja kõverusraadiuste tsentreid C_1, C_2 nimetatakse **optiliseks peateljeks**.



Jn 2.4 Murdumine õhukeses läätses; kõverusraadiused R_1 (tsenter C_1), R_2 (tsenter C_2); keskkondade murdumisnäitajad n_1, n_3 ; läätsesse murdumisnäitaja n_2 .

Kui teist murdvat pinda ei oleks (st paremal murdvast pinnast oleks vaid keskkond murdumisnäitajaga n_2), siis tekiks esimese murdumise tulemusena kaugusel a' kujutis P' . Tema asukohta saab leida rakendades valemit (2.3)

$$\frac{n_2}{a'} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}.$$

Teise murdva pinna jaoks on P' (näivaks) esemeks. Leidmaks kujutise P_2 asukohta tuleb uuesti kasutada valemit (2.3)

$$\frac{n_3}{a_2} - \frac{n_2}{a'} = \frac{n_3 - n_2}{R_2}.$$

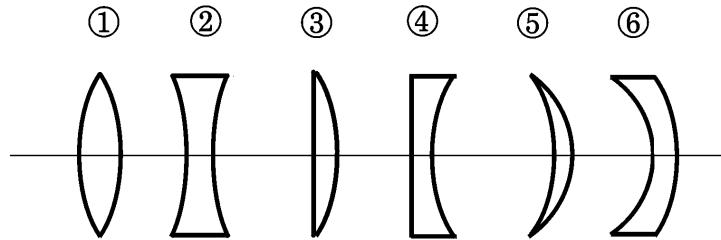
Tavaliselt on keskkond vasakul ja paremal läätses ühesugune ($n_3 = n_1$)

$$\frac{n_2}{a'} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad \text{ja} \quad \frac{n_1}{a_2} - \frac{n_2}{a'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}.$$

Liites esimese ja teise avaldise saame

$$n_1 \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{ehk} \quad \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} \right) = (N_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.8),$$

kus N_{21} on suhteline murdumisnäitaja. Valem (2.8) kehtib mistahes õhukese läätse (Jn 2.5) puhul, tuleb vaid arvestada märkide reegleid.



Jn 2.5 Õhukesed läätsed: 1 – kaksikkumer; 2 – kaksiknõgus; 3 – tasakumer; 4 – tasanõgus; 5 – positiivne menisk; 6 – negatiivne menisk.

Tagumise fookusekauguse saame, kui $a_1 = -\infty$

$$a_2 = f_2 = \frac{1}{(N_{21} - 1)(1/R_1 - 1/R_2)} \quad (2.9);$$

eesmise fookusekauguse leidmiseks peab $a_2 = +\infty$

$$a_1 = f_1 = -\frac{1}{(N_{21} - 1)(1/R_1 - 1/R_2)} \quad (2.10).$$

Lähtudes seostest (2.9, 2.10) võib valmistada etteantud fookusekaugusega ja kujuga (Jn 2.5) läätse. Seetõttu nimetatakse neid seoseid **läätses valmistaja valemiks**.

Kui läätse ümbritseb ühesugune keskkond, siis on fookusekaugused suuruselt võrdsed ja vastasmärgilised

$$f_1 = -f_2 \quad (2.11)$$

st nad paiknevad teine teisel pool läätse. Kui $n_1 \neq n_3$, siis $f_1 n_1 = -f_2 n_3$.

Sõltuvalt R_1 , R_2 märgist ja suurusest, aga samuti $(N_{21}-1)$ märgist võib f_2 olla nii positiivne kui ka negatiivne st fookus võib olla nii tõeline kui ka näiv. Kui f_2 on näiv, siis on seda ka f_1 ja vastupidi.

Tõeliste fookuste puhul räägime **koondavast** läätsest, näiliste fookuste korral on lääts **hajutav**.

Lähtudes seostest (2.8, 2.9, 2.10), võime **läätses valemi** esitada kujul

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f} \quad (2.12),$$

kus $f = f_2 = -f_1$.

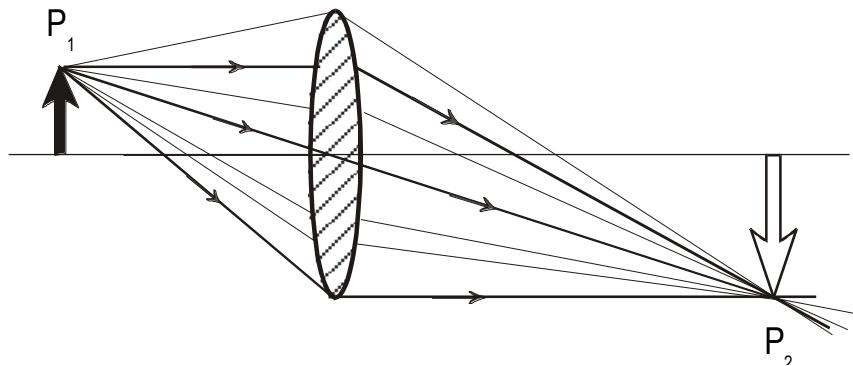
2.3 Kujutise graafiline leidmine

Eseme/kujutise vahekorra esmaseks kiireks hindamiseks on sobivaim graafiline meetod.

Sfäärilistest elementidest koosnev optiline süsteem on telgsümmeetriline¹², seetõttu saab piirduda kujutise leidmisega optilist peatelge läbivas tasandis.

Eseme mingist punktist P_1 (Jn 2.6) langeb läätsele lõpmata palju kiiri, mis pärast murdumist koonduvad punktis P_2 . Graafilise meetodi puhul valitakse kiirtekimbust välja **põhikiired**, mille käik on teada.

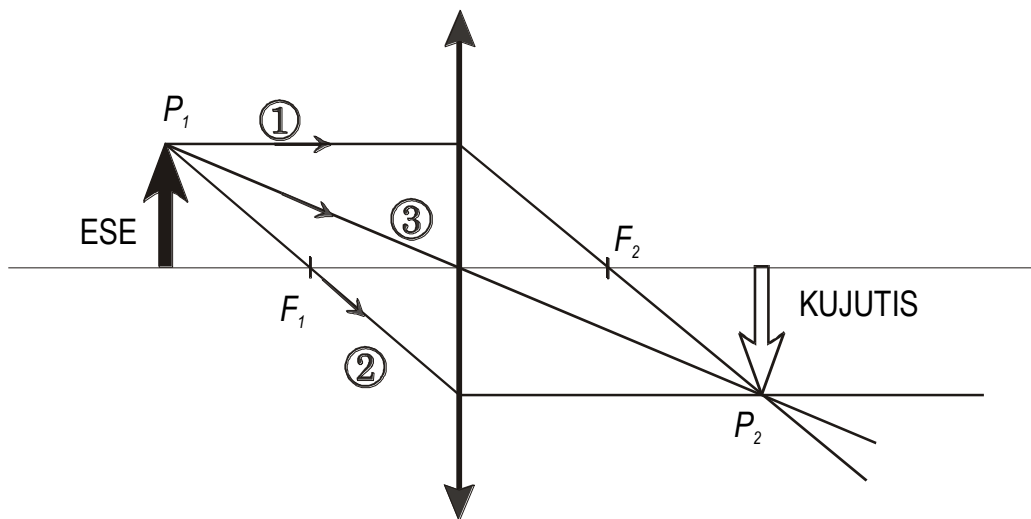
¹² Telgsümmeetria kehtib vaid paraksiaalses lähenduses.



Jn 2.6 Esemepunkti P_1 kujutise P_2 formeerumisel osaleb kogu läätse läbiv kiirtekimp; P_2 asukoha määramiseks piisab kahest kiirest.

Põhikiiri on kolm (Jn 2.7):

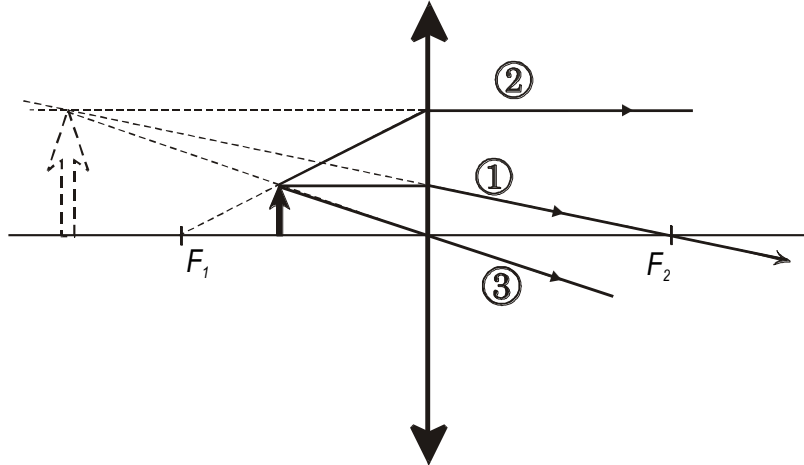
1. Optilise peateljega paralleelne kiir; pärast murdumist läbib see kiir fookuse F_2 .
2. Fookust F_1 läbiv kiir kulgeb pärast murdumist paralleelselt optilise peateljega.
3. Läätsel läbiva kiire (**tsentraalse kiire**) suund ei muutu. Selle kiire suund ei muutu, kuna õhukese läätse keskosa kujutab endast praktiliselt tasaparalleelset plaati. Tasaparalleelse plaadi läbimisel toimub vaid kiire nihe. Nihet võib õhukese läätse puhul lugeda tühiseks.



Jn 2.7¹³ Kujutise konstrueerimine; koondav lääts; ese on kaugemal kui fookusekaugus.

Olgu nüüd ese läätsel ja fookuse vahel, lääts on endiselt koondav (Jn 2.8). Kiirte **1** ja **3** joonistamisega probleeme ei teki. Kiir **2** aga tuleb tõmmata nii, et tema pikendus läbiks eesmist fookust.

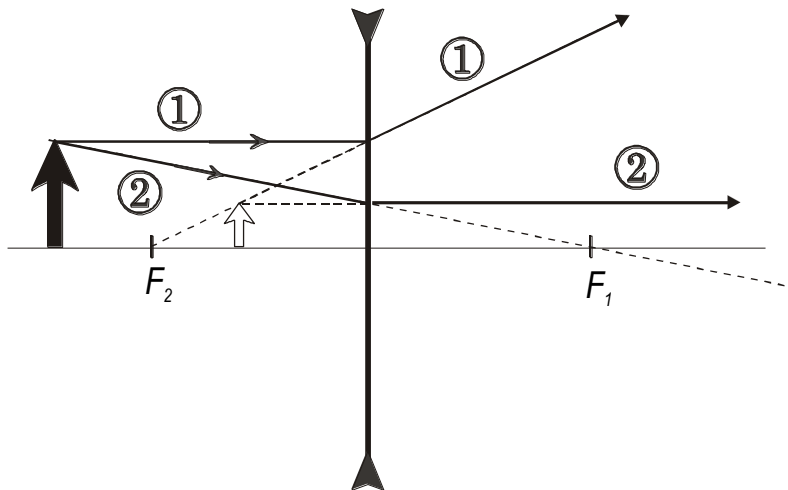
¹³ Lihtsustamiseks jooniseid kujutatakse koondavat läätsel sirglõiguna, mille otstes paiknevad nooled on suunatud väljapoole; hajutava läätse puhul on nooleotsad suunatud sissepoole.



Jn 2.8 Kujutise konstrueerimine; koondav lääts;
ese on lääts ja fookuse vahel.

Nagu näha, pärast murdumist kiired ei lõiku – kujutis on näiv ja tema asukoht on määratud kiirte pikenduste lõikepunktiga.

Hajutava lääts fookused on näivad ning võrreldes koondava läätsuga on nende asukohad vahetunud (Jn 2.9). Kiir 1 kulgeb pärast murdumist nii, et tema pikendus läbib fookust F_2 (NB ! F_2 paikneb eespool lääts). Kiir 2 tuleb tõmmata nii, et tema pikendus läbiks fookust F_1 . Näiva kujutise asukoht on määratud murdunud kiirte pikenduste lõikepunktiga.

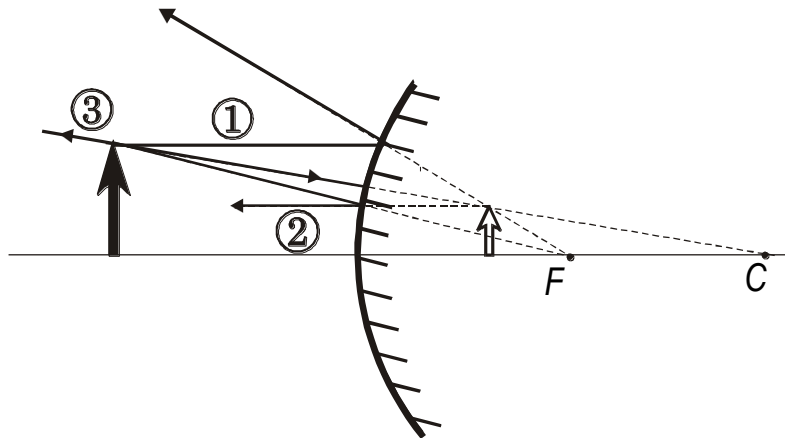


Jn 2.9 Kujutise konstrueerimine; hajutav lääts;
Kiirt 3 pole joonisel kujutatud.

Kujutise konstrueerimiseks peeglis kasutatakse kiire 3 asemel kiirt, mis läbib peegli kõverusraadiuse tsentrit C ; pärast peegeldumist levib kiir uuesti läbi tsentri.

Kujutise konstrueerimine kumerpeeglis on toodud Jn 2.10. Kumerpeegli fookus on näiv. Kiir 1 peegeldub nii, et tema pikendus läbib fookust. Kiir 2 aga joonistatakse nii, et tema pikendus läbiks fookust, pärast peegeldumist levib see kiir paralleelselt optilise teljega. Kiire 3 pikendus

läbib kõverusraadiuse tsentrit, pärast peegeldumist levib kiir samas sihis mis langev kiir. Kujutis on näiv ja tema asukohta saame peegelduvate kiirte pikenduste lõikepunktis.



Jn 2.10 Kujutise konstrueerimine; kumerpeegel.

2.4 Newtoni valem

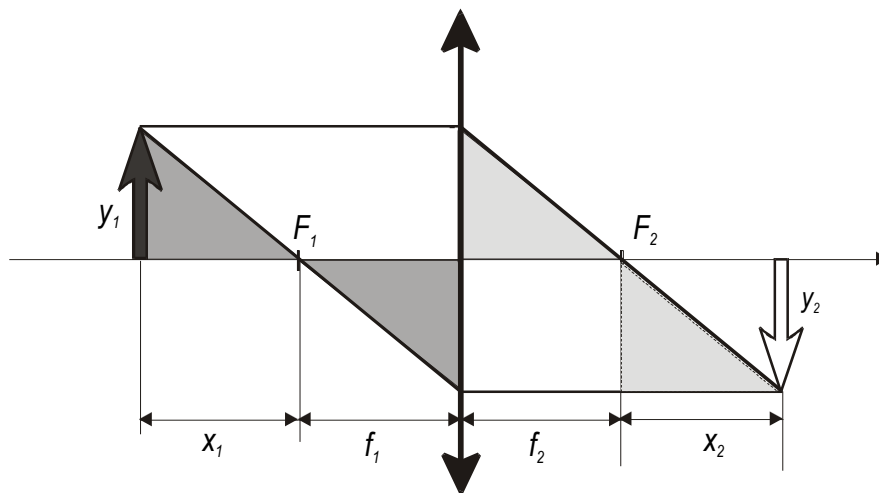
Mõningatel juhtudel on otstarbekas siduda eseme ja kujutise asukoht mitte kaugustega läätsest (valem (2.12)), vaid kaugustega fookustest. Jooniselt 2.11 johtub, et eseme suurus y_1 ja kujutise suurus y_2 on seotav, kasutades ühtemoodi viirutatud kolmnurkade sarnasust.

Läätsest vasakul
$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{f_1}$$

ja läätsest paremal
$$\frac{y_1}{f_2} = \frac{y_2}{x_2}.$$

Elimineerides seostest y_1/y_2 saame **Newtoni valemi**

$$x_1 x_2 = f_1 f_2 \quad (2.13).$$



Jn 2.11 Newtoni valemi tuletamine

NB ! Kaugusi x_1 ja x_2 loetakse nüüd vastavatest fookustest ja kehtib sama märkide reegel, mis a_1 ja a_2 puhul. Newtoni valem on universaalsem kui (2.12) ja rakendatav mistahes optilise süsteemi puhul, mille fookusekaugused on teada.

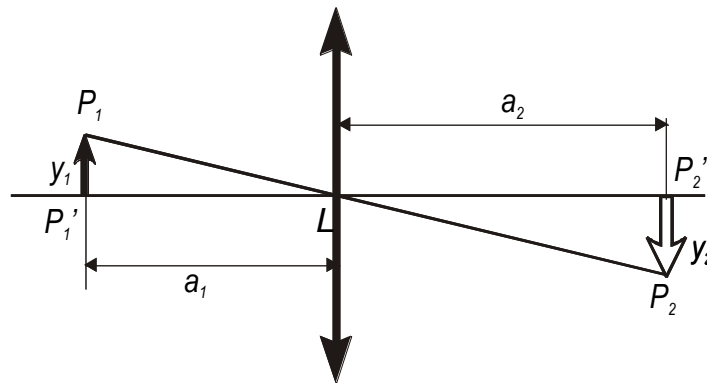
Kui läätse ümbritseb ühesugune keskkond, siis

$$x_1 x_2 = -f^2 \quad (2.14).$$

2.5 Suurendus

Eristatakse risti-, piki- ja nurksuurendust.

Ristisuurendus on oluline optilise süsteemi puhul, mis projekteerib kujutise ekraanile või filmilindile.



Jn 2.12 Ristisuurendus.

Ristisuurendus M_T on defineeritud kui lõikude y_2 ja y_1 suhe (Jn 2.12). Kuna kolmnurgad P_1LP_1' ja $LP_2'P_2$ on sarnased, siis

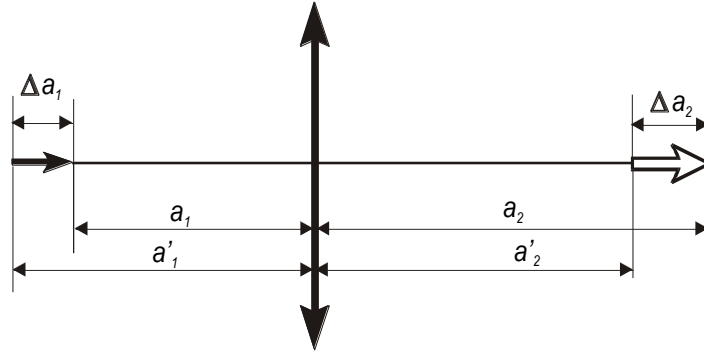
$$M_T = \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad (2.15).$$

Vastavalt märkide reelitele on y_2 negatiivne, seega on ka suurendus joonisel kujutatud juhul (tõeline kujutis !) negatiivne.

Pikisuurendus iseloomustab ruumilise eseme kujutise teravust ekraanil ('sügavusteravus').

Pikisuurendus on defineeritud (jn 2.13) kui

$$M_L = \frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \quad (2.16).$$



Jn 2.13 Pikisuurendus.

Pikisuurendus on alati positiivne, sest Δa_1 ja Δa_2 on samamärgilised. Saab näidata [4], et piki- ja ristisuurendus on seotud valemiga

$$M_L = M_T^2 \quad (2.17).$$

Nurksuurendust vaatleme osas 5.1 **Luup**.

2.6 Optiline tugevus

Interpreetamise eespool saadud tulemusi lähtudes lainefrondi mõistest.

Punktallikas kiirgab sfäärilise laine. Lainefrondi **kõveruseks** nimetatakse tema raadiuse pöördväärtust. Vastavalt kokkuleppele mõõdetakse kõverusraadiusi ρ lainefrondist. Hajuva valguse kõverus negatiivne, sest kõverusraadiuse tšenter on lainefrondist vasakul. Koonduva valguse lainefrondi tšenter on lainefrondist paremal ja järelikul on tema kõverus positiivne. Kvantitatiivselt mõõdetakse kõverust dioptrites (D). Dioptri dimensiooniks on pöördmeeter (m^{-1}).

Näide: 2 m kaugusel olevast punktist lähtuva valguse kõverus on $-0,5$ dioptrit; valguse, mis koondub 4 m kaugusel olevasse punkti, kõveruseks on $+0,25$ dioptrit.

Kui valgus levib keskkonnas, mille murdumisnäitaja on n , siis kasutatakse **taandatud kõveruse** mõistet

$$V = \frac{n}{\rho} \quad (2.18).$$

Optiline süsteem muudab talle langeva laine kõverust. Optilise süsteemi võimet muuta laine kõverust iseloomustatakse **optilise tugevusega** P . Optiline tugevus võrdub fookusekauguse pöördväärtusega. Nii nagu kõverust, mõõdetakse ka optilist tugevust dioptrites. Koondava läätse optiline tugevus on positiivne, hajutava läätse oma – negatiivne.

Pöördume tagasi läätse valemi (2.12) juurde

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}.$$

Kõveruse/optilise tugevuse terminoloogiat kasutades on $1/a_1$ valguse sisendkõverus V_1 , $1/a_2$ on väljundkõverus V_2 ning $1/f$ on läätse optiline tugevus P . Läätse valem omandab lihtsa kuju

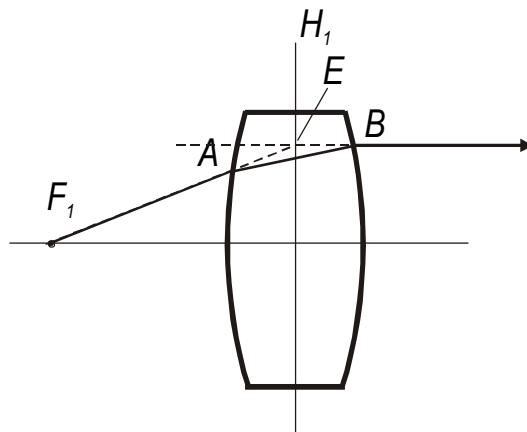
$$V_1 + P = V_2 \quad (2.19).$$

Seos näitab, kuidas optiline süsteem muudab lainefrondi kõverust. Optilise tugevuse kasutamine lihtsustab matemaatilisi teisendusi, seda eriti mitmest läätsest koosneva süsteemi korral.

2.7 Paks lääts ja läätsede süsteem

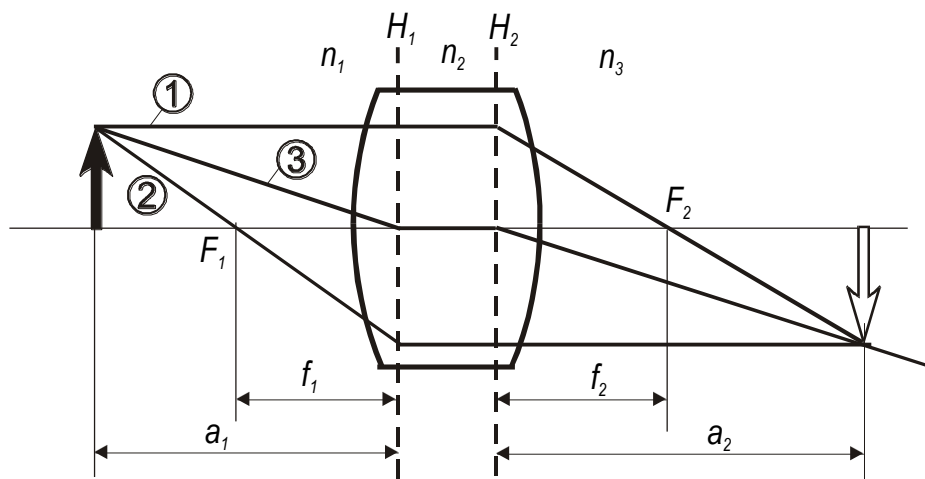
Kui lääts on paks või meil tegemist mitmest läätsest koosneva süsteemiga, kaotab optiline tšenter L (Jn 2.4), millest mõõdeti lõike a_1, a_2, f_1, f_2 oma mõtte. Kuidas toimida, et õhukese läätse puhul saadud seosed oleks rakendatavad ka nüüd?

Langegu eesmisest fookusest F_1 lähtuv kiir esimesele murdvale pinnale punktis A (Jn 2.14). Kiir murdub ja langeb tagumisele murdvale pinnale punktis B , kus toimub uus murdumine. Kuna kiir väljus eesmisest fookusest, on väljuv kiir paralleelne optilise peateljega. Pikendame sisenevat ja väljuvat kiirt. Pikendused lõikuvad punktis E . Kui korrata sama protseduuri teiste F_1 väljuvate kiirte jaoks, saame, et kõik punktid E on samas tasandis H_1 , mida nimetatakse **eesmiseks peatasandiks**. Peatasandi lõikepunkti optilise peateljega nimetatakse **peapunktiks**.



Jn 2.14 Paks lääts; eesmise peatasandi leidmine.

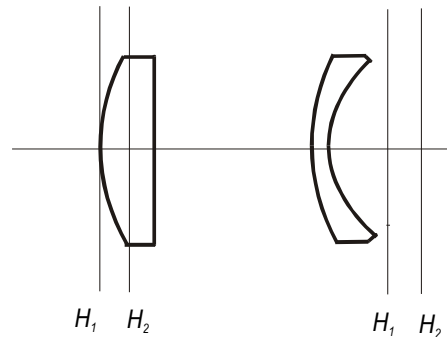
Suunates läätsele kiire tagumisest fookusest, saame analoogilisel viisil **tagumise peatasandi** H_2 . Kui peatasandid on teada, võime kujutise konstrueerimiseks kasutada sama graafilist meetodit, mis õhukese läätse puhul. Samuti on kasutatavad õhukese läätse jaoks tuletatud analüütilised seosed.



Jn 2.15 Paks lääts; $n_1 = n_3$; põhikiirte käik.

Kiir **1** (Jn 2.15), mis on paralleelne optilise teljega, läbib pärast murdumist tagumise fookuse F_2 . See kiir määrab tasandi H_2 asukoha. Kiir **2**, mis läbib eesmise fookuse, määrab eesmise peatasandi H_2 asukoha. Kiir **3** kulgeb eesmise peapunktini, siis nihkub piki optilist peatelge kuni tagumise peapunktini ning jätkab oma teed esialgses suunas. Esemest kaugust a_1 ja eesmist fookusekaugust mõõdetakse nüüd peatasandist H_1 ; kujutise kaugust a_2 ning fookusekaugust f_2 aga tasandist H_2 .

Peatasandid on mõttelised ja nad ei pruugi asetseda läätse sees (jn 2.16).



Jn 2.16 Peatasandid; tasakumer lääts ja negatiivne menisk

Seni vaatlesime olukorda, kus läätsest vasakul ja paremal oleva keskkonna murdumisnäitajad on samad. Kiire **3** (Jn 2.15) murdepunktid ühtivad sel juhul peapunktidega. Kui aga keskkondade murdumisnäitajad läätsest paremal ja vasemal on erinevad ($n_1 \neq n_3$), siis esemest lähtuv kiir, mis jääb läätsest väljumisel iseendaga paralleelseks, lõikab optilist peatelge punktides N_1 ja N_2 , mida nimetatakse **sõlmpunktideks**

vt <http://www.physic.ut.ee/instituudid/efti/loengumaterjalid/opt/optika/optikalisa/ovk.html>; OV2 Optiline sim, joonis 5.

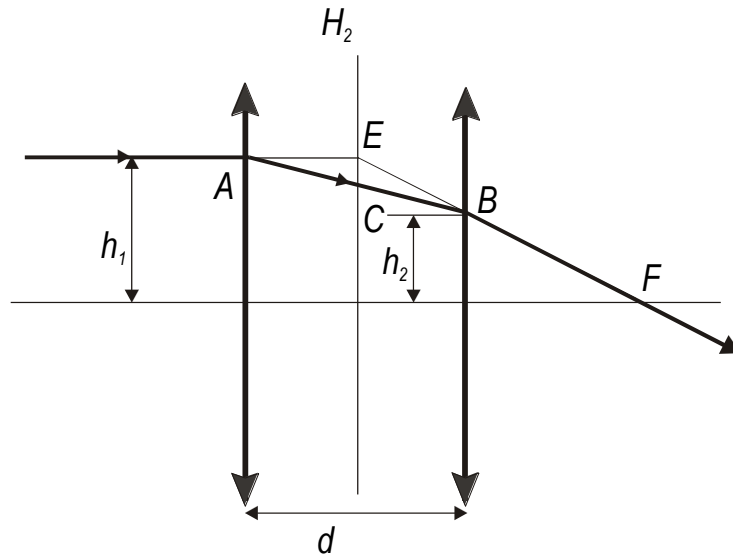
Kõik ülalöeldu kehtib ka juhul, kui meil on paksu läätse asemel mitmest läätsest koosnev süsteem.

Mistahes optiline süsteem on üheselt määratud, kui on teada tema fookused, peapunktid ja sõlmpunktid. Neid karakterseid punkte nimetatakse optilise süsteemi **kardinaalelementideks**.

2.8 Ekvivalentne optiline tugevus

Kardinaalelementide asukohta saab määrata nii eksperimentaalselt [8] kui ka analüütiliselt.

Koosnegu optiline süsteem kahest läätsest (Jn 2.17). Olgu esimese ja teise läätse fookusekaugus vastavalt f_1 ($P_1 = 1/f_1$) ja f_2 ($P_2 = 1/f_2$). Meid huvitab süsteemi kui terviku optiline tugevus ja fookusekaugus.



In 2.17 Ekvivalentne optiline tugevus; joonisel on kujutatud vaid peatasand H_2 ;
 $u_1 = \angle ABC$; $u_2 = \angle EBC$.

Optilise peateljega paralleelne kiir langeb esimesele läätsel kõrgusel h_1 ning teisele läätsel kõrgusel h_2 . Paremal esimesest läätsel on paraksiaalses lähenduses ($\tan u_1 \approx u_1$) murduva kiire tõus

$$u_1 = \frac{h_1}{f_1} \quad \text{ehk kasutades optilist tugevust} \quad u_1 = P_1 h_1 \quad (2.20).$$

Analoogiliselt võime kirjutada kiire jaoks, mis on teisest läätsel paremal

$$u_2 - u_1 = P_2 h_2 .$$

Liites avaldised saame

$$u_2 = P_1 h_1 + P_2 h_2 \quad (2.21).$$

Süsteemi kui tervikut iseloomustab fookusekaugus f ($P = 1/f$), mida mõõdetakse peatasandist H_2 . Tõusunurk u_2 avaldub süsteemi optilise tugevuse kaudu $u_2 = P h_1$

$$(2.22).$$

Seostest (2.21), (2.22) saame

$$P h_1 = P_1 h_1 + P_2 h_2 \quad (2.23).$$

Joonise (2.17) alusel võib kirjutada

$$u_1 = \frac{h_1 - h_2}{d} \quad \text{ehk} \quad h_2 - h_1 = -u_1 d .$$

Valemist (2.20) asendame u_1

$$h_2 = h_1 - P_1 h_1 d$$

ja (2.23) omandab kuju

$$P h_1 = P_1 h_1 + P_2 h_1 - P_1 P_2 h_1 d .$$

Kahest läätsel koosneva optilise süsteemi **ekvivalentne optiline tugevus** avaldub

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 d \quad (2.24).$$

Pöördudes tagasi fookusekauguste juurde, saab pärast teisendusi leida süsteemi fookusekauguse

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (2.25).$$

Kui kaks õhukest läätse on kontaktis ($d = 0$) avaldub ekvivalentne optiline tugevus

$$P = P_1 + P_2 \quad \text{ja fookusekaugus} \quad f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} \quad (2.26).$$

Kui meil on läätsede asemel kaks murdvat pinda (vahekaugus d), mille vahel on keskkond murdumisnäitajaga n saame seosed paksu läätse jaoks

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \frac{d}{n} \quad (2.27),$$

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d/n} \quad (2.28).$$

2.9 Maatriksoptikast

Põhimõtteliselt võiks kasutada eelnevas punktis kirjeldatud meetodit kuitahes paljudest elementidest koosneva optilise süsteemi korral. Praktikas on see meetod aga kohmakas ja vähe-ülevaatlik.

Maatriksoptikas iseloomustatakse kiirt mingis optilise peateljega ristiolevas tasandis kaugusega teljest y ja tõusunurgaga u . Mingit murdvat pinda iseloomustab 2×2 maatriks R ja kiire kulgemist murdvate pindade vahel maatriks T . Maatrikskujul avaldub näiteks läätse sisendparameetrite y_1, u_1 ja väljundparameetrite y_2, u_2 vaheline seos kujul

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = (R_2)(T)(R_1) \begin{pmatrix} y_1 \\ u_1 \end{pmatrix},$$

seega seisneb väljundkiire leidmine teisendusmaatriksite järjestikus rakendamises sisendkiirele. Kui teisendusmaatrikseid on m , saame

$$\begin{pmatrix} y_m \\ u_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ u_1 \end{pmatrix}.$$

$ABCD$ maatriksi elemendid on üheselt seotud optilise süsteemi kardinaalelementidega.

Maatriksoptika põhiseisukohad koos näidetega on esitatud eestikeelses Ilmar Rammo raamatus [9].

3. Aberratsioonid

3.1 Geomeetrilised aberratsioonid

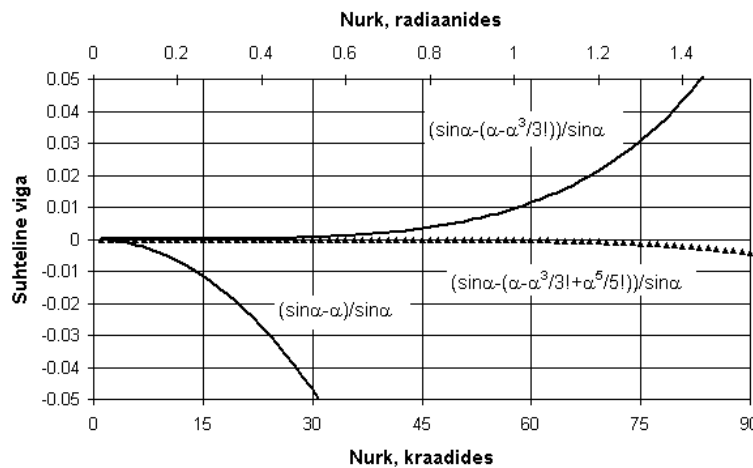
Selles punktis eeldame, et optilisele süsteemile langeb monokromaatiline valgus.

Paraksiaalses lähenduses loetakse nurgad väikesteks, st siinusfunktsiooni rittaarenduses

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \dots \quad (3.1)$$

võetakse arvesse vaid esimene liige.

Ettekujutuse paraksiaallähenduse kehtivuspiiridest annab Jn 3.1, kus on esitatud rittaarenduse



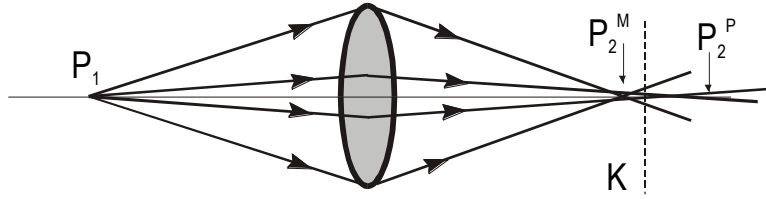
Jn 3.1 Siinusfunktsiooni rittaarendus.

(3.1) suhteline erinevus siinusfunktsioonist: paraksiaalne lähendus kehtib 1 % täpsusega, kui nurgad on väiksemad kui 15° . Kui kiired moodustavad optilise peateljega suuremad nurgad, ei saa me enam ühe sfääriliste murdvate pindadega läätsega esemepunktist punktkujutist. Kõrvalekaldeid paraksiaalsest lähendusest nimetatakse **aberratsioonideks**. Kui rittaarenduses (3.1) tuleb arvestada teist liiget, räägitakse kolmandat järku aberratsioonidest ($\propto \alpha^3$), kolmanda liikme arvessevõtmisel on meil tegemist viiendat järku aberratsioonidega ($\propto \alpha^5$). Järgnevalt esitame vaid kolmandat järku aberratsioonide lühiiseloostuse.

Sfääriline aberratsioon

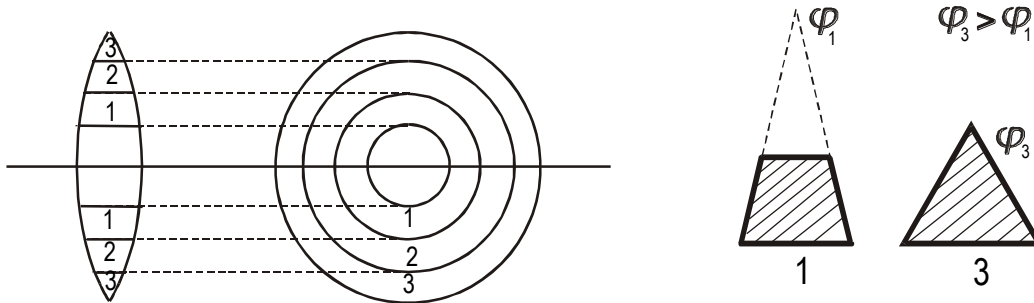
Olgu eseme punkt P_1 läätse optilisel peateljel. Tingituna sfäärilisest aberratsioonist ei lange paraksiaalsete kiirte poolt tekitatud kujutis P_2^P ja marginaalsete¹⁴ kiirte poolt tekitatud kujutis P_2^M kokku (Jn 3.2). Lõigu $P_2^M P_2^P$ pikkus kasvab võrdeliselt marginaalse kiire ja optilise telje vahelise nurga ruuduga. Punktkujutise asemel saame nüüd mingis optilise telje ristasandis K lõplike mõõtmetega valguslaigu (hajumisringi). Kujutise asukohaks loetakse tasandit, kus hajumisringi raadius on minimaalne.

¹⁴ Marginaalne - äärmine.



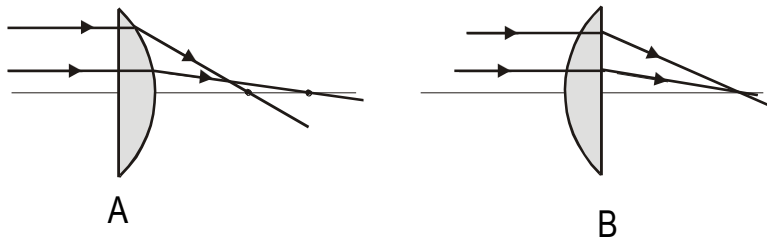
Jn 3.2 Paraksiaalne ja marginaalne kujutis; koondav lääts.

Sfäärilise aberratsiooni tekkepõhjust on kerge mõista, kui kujutame läätse koosnevana ringtsoonidest (Jn 3.3). Mingsi tsooni ristlõige on osa prismast, mille murdev nurk on seda suurem, mida kaugemal on tsoon optilisest teljest. Mida suurem on prisma murdev nurk, seda lähemal lõikavad murduvad kiired optilist telge – suurema numbriga tsoonis murduvad kiired tekitavad kujutise läätsele lähemal.



Jn 3.3 A – läätse tsoonid; B – tsoonide ristlõige.

On teada (vt 1.3, **prisma**, Jn 1.8), et kaldemiinimumi asendis murtakse kiiri prisma mõlemal pinnal ühepalju. See asjaolu võimaldab minimeerida sfäärilise aberratsiooni suurust, valides sobivalt läätse kuju: jn 3.4A kujutatud juhul ei toimu esimesel pinnal murdumist ja sfääriline aberratsioon on oluliselt suurem kui jn 3.4B kujutatud juhul, mis on lähedasem kaldemiinimumi asendile. Kui aga ese asetseb läätse fookuses, siis tuleb aberratsioonide minimeerimiseks eseme poole pöörata läätse tasane pind.

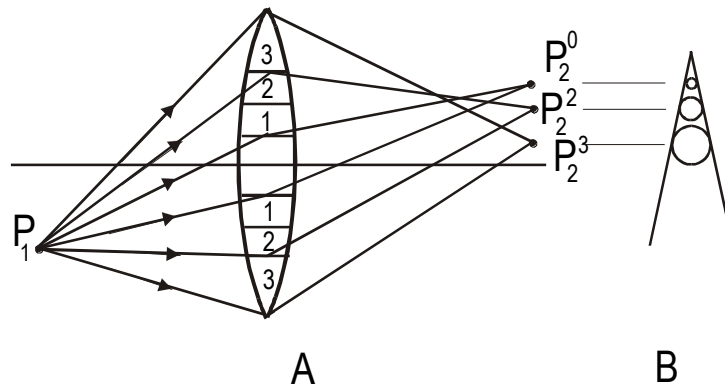


Jn 3.4 Tasakumer lääts; juhul B on sfääriline aberratsioon väiksem, kuna kiiri murtakse mõlemal pinnal enam-vähem ühepalju

Kasutatades koondava ja hajutava läätse sobivat kombinatsiooni, võib teljel asuva eseme sfäärilist aberratsiooni kõrvaldada.

Koma

Olgu sfääriline aberratsioon mingil viisil kõrvaldatud ning asugu eseme punkt väljaspool optilist peatelge. Jn 3.5 kujutatud juhul murtakse marginaalseid kiiri tugevamini kui paraksiaalseid ja nende poolt tekitatud kujutis on optilisele teljele lähemal¹⁵. Analoogiline pilt tekib mistahes optilist peatelge läbivas tasandis. Selle tulemusena mingis läätse tsoonis murduvad kiired tekitavad eseme punktist ringikujulise kujutise. Mida kaugemal on tsoon läätse tsestrist, seda suurem on ringi raadius (jn 3.5B).



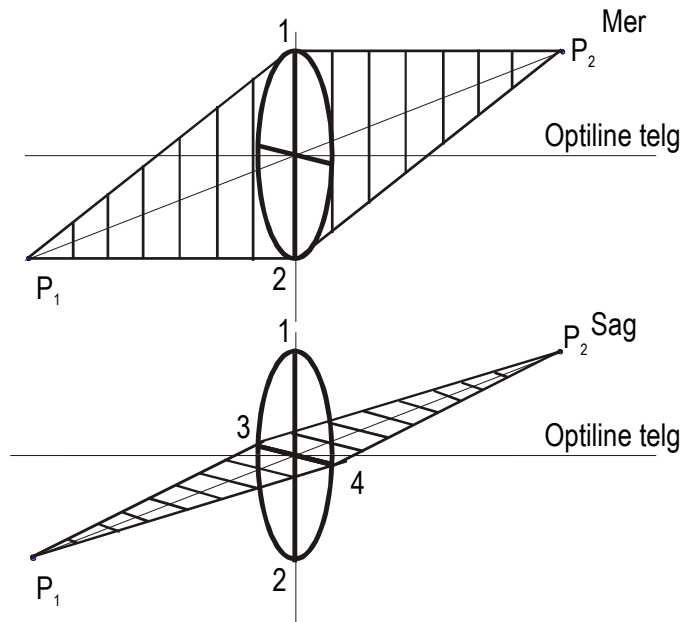
Jn 3.5 A - erinevad läätse tsoonid tekitavad kujutise erineval kaugusel optilisest peateljest; B - optilise peatelje ristasandis tekib komeedikujuline kujutis.

Nii nagu sfääriline aberratsioon, nii ka koma suurus sõltub läätse tüübist. Läätsel, mille sfääriline aberratsioon on väike, on väike ka koma.

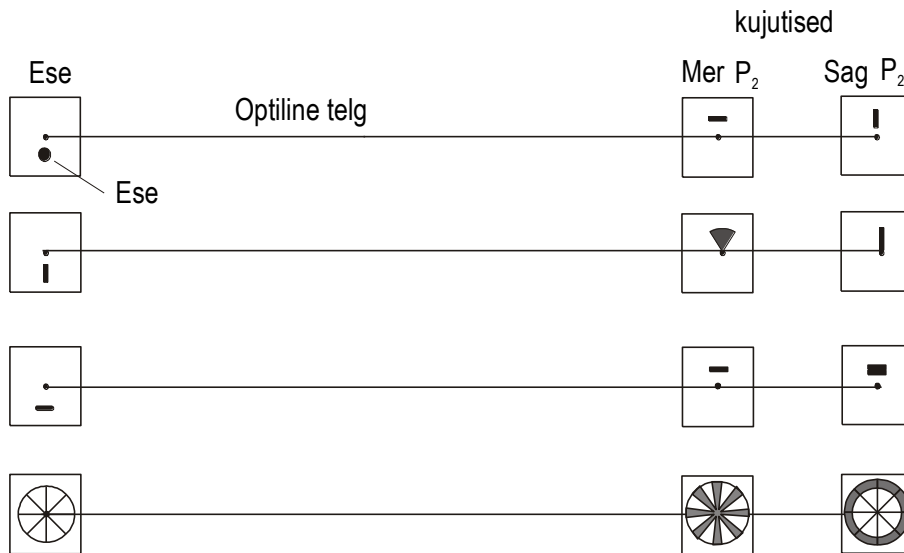
Astigmatism

Olgu nüüd eseme punkti kaugus optilisest peateljest suur. Sellisel juhul moodustab marginaalsete kiirte lõikejoon läätse tasandiga ellipsi. Ellipsi pikem telg paikneb tasandis, mis on määratud tsentraalse kiirega ja optilise peateljega (**meridionaaltasand**), ellipsi lühem telg paikneb meridionaaltasandiga ristuv ja tsentraalset kiirt läbivas tasandis (**sagitaaltasandis**). Meridionaaltasandis olevate marginaalsete kiirte langemisnurk läätsele on suurem kui sagitaalkiirte oma ja kujutis P_2^{Mer} tekib läätsele lähemal kui P_2^{Sag} (Jn 3.6). Mõlemas tasandis levivate kiirte koosmõjuna on esemepunkti P_1 kujutiseks P_2^{Mer} tasandis horisontaalne sirglõik ja P_2^{Sag} tasandis vertikaalne sirglõik (Jn 3.7). Vahepealsetel kaugustel on kujutiseks ellips.

¹⁵ Olenevalt läätse tüübist ja eseme asukohast võib paraksiaalne kujutis tekkida ka lähemal kui marginaalne.



Jn 3.6 Meridionaaltasand ja sagitaaltasand

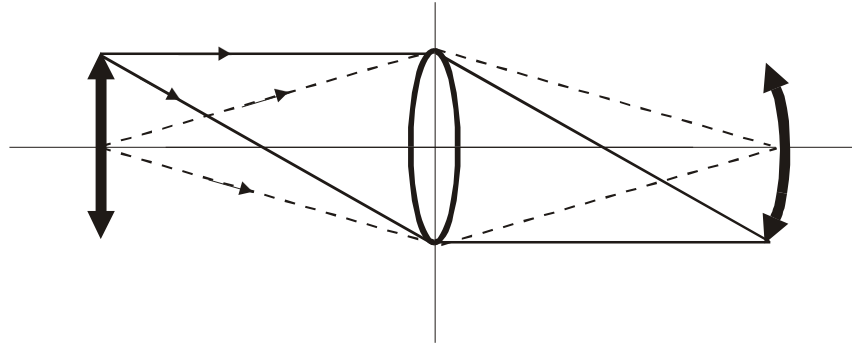


Jn 3.7 Erinevate esemete astigmaatilised kujutised.

Astigmatismi ei ole võimalik elimineerida, kasutades vaid ühte sfäärilist läätsi.

Vaatevälja kõverus

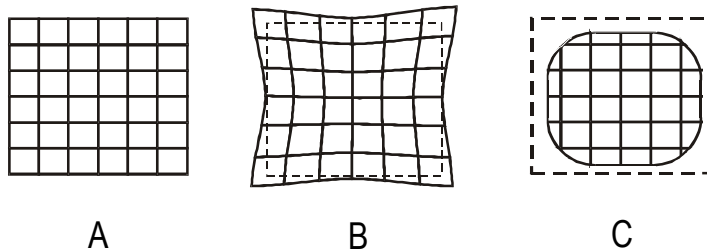
Olgu ülalkirjeldatud aberratsioonid maha surutud. Tasapinnalisest esemest saame tasapinnalise kujutise vaid paraksiaalses lähenduses. Võrreldes paraksiaalsete kiirtega on väljaspool optilist telge asuvast esemepunkst lähtuvate kiirte jaoks näib lääts paksem ja diameeter väiksem. Seega on kaldu langeva kiirtekimbu jaoks lääts optiline tugevus suurem (fookusekaugus lühem) ja pind, kus tekib kujutis, on kõverdunud (Jn 3.8).



Jn 3.8 Vaatevälja kõverus.

Distorsioon

Distorsioon tekib seetõttu, et läätsed erinevad tsoonid omavad erinevaid fookusekaugusi. Järelikult on ristisuurendus sõltuv sellest, millisel kaugusel y_l on ese optilisest teljest. Sõltuvalt sellest, kas suurendus kasvab (nt koondav lääts) või kahaneb (hajutav lääts) y_l kasvades, on meil tegemist padjakujulise või tünnikujulise distorsiooniga (Jn 3.9).

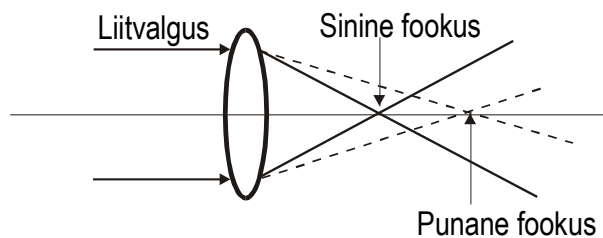


Jn 3.9 A – ese; B – padjakujuline distorsioon; C – tünnikujuline distorsioon

3.2 Kromaatileine aberratsioon

Kui optilisele süsteemile langev valgus ei ole monokromaatiline, tekivad täiendavad kujutise moonutused.

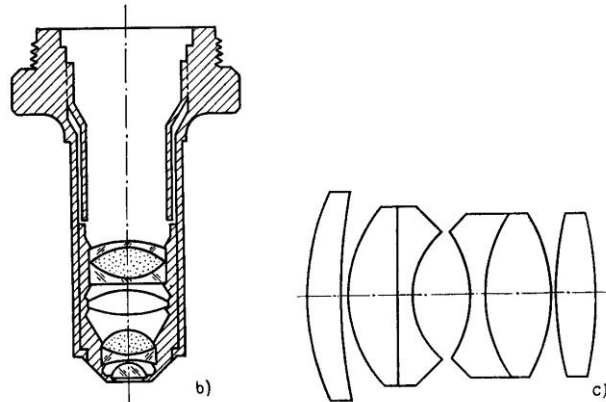
Vastavalt valemile (2.9) sõltub fookusekaugus murdumisnäitajast, viimane on aga funktsioon lainepikkusest. Järelikult on fookusekaugus erinevate lainepikkuste jaoks erinev. Optilise diapasooni nähtavas piirkonnas on läätsed reeglina valmistatud materjalist, mille murdumisnäitaja lainepikkuse kasvades väheneb. Seetõttu on punase valguse fookusekaugus suurem kui sinisel valgusel (Jn 10). (värvuse ja lainepikkuse vahekord – vt <http://www.physic.ut.ee/instituudid/efti/loengumaterjalid/opt/optika/optikalisa/ovk.html>, OV1 Inimese silm, joonis 2 ja sellega seonduvad tabelid).



Jn 3.10 Kromaatileine aberratsioon

Kombineerides erineva murdumisnäitajaga koondavat ja hajutavat läätsed võib valmistada akromaate st läätsi, kus kahe (dikromaat) või kolme (trikromaat) erineva lainepikkuse jaoks on fookusekaugused samad.

Erinevate aberratsioonide minimeerimiseks tuleb kasutada keerukaid, paljudest läätsedest koosnevaid süsteeme (Jn 3.11).



Jn 3.11 b) - mikroskoobi objektiiv; c) – professionaalidele mõeldud fotoaparaadi objektiiv.

4. Aberratsioonivabad optilised elemendid

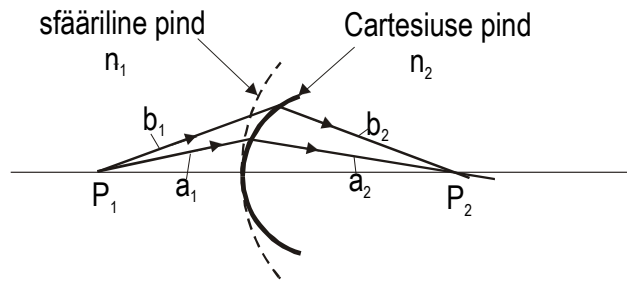
Kasutades sfääriliste murdvate pindadega läätsed, võime ideaalilähedase kujutise saada vaid paraksiaalses lähenduses. Üldjuhul ei saa me aberratsioonide tõttu esemepunktist punktkujutist. Eelmises peatükis põhjendati aberratsioonide teket lähtudes paraksiaalsete ja marginaalsete kiirte erinevast optilisest tugevusest. Aberratsioonide teket võib selgitada ka lähtudes Fermat' printsiibist.

Vastavalt Fermat' printsiibile levib punktist P_1 lähtuv valguskiir punkti P_2 mööda teed, mille läbimiseks kulub minimaalne aeg. Selleks, et eseme punktist tekiks punktkujutis, peab see tingimus kehtima kõigi eseme punktist lähtuvate kiirte jaoks. Teiste sõnadega – kiired peavad olema isokroonsed¹⁶. Keskkonnas, mille murdumisnäitaja on n , läbib valgus teepikkuse x aja $t = x/v = nx/c$ jooksul. Siit järeldeb, et isokroonsete kiirte puhul peab korrutis nx (optiline teepikkus) olema konstantne. Seega peab ideaalse kujutise saamiseks olema täidetud tingimus (Jn 4.1)

$$n_1 b_1 + n_2 b_2 = n_1 a_1 + n_2 a_2 = \text{const} \quad (4.1)$$

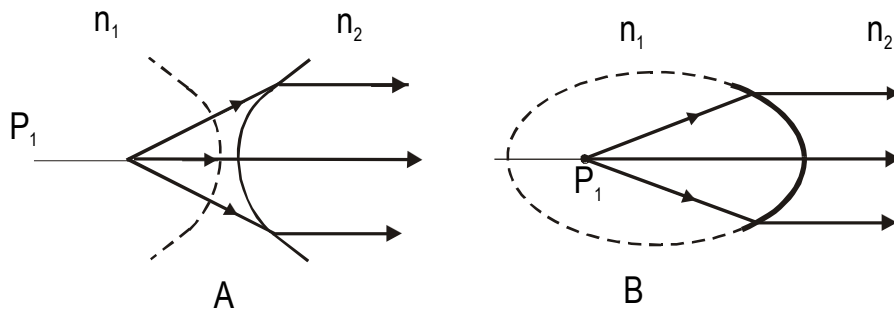
mistahes murdva pinna punkti Q jaoks. Vastavaid pöördpindasid nimetatakse Cartesiuse pindadeks.

¹⁶ Isokroonne - samaaegne



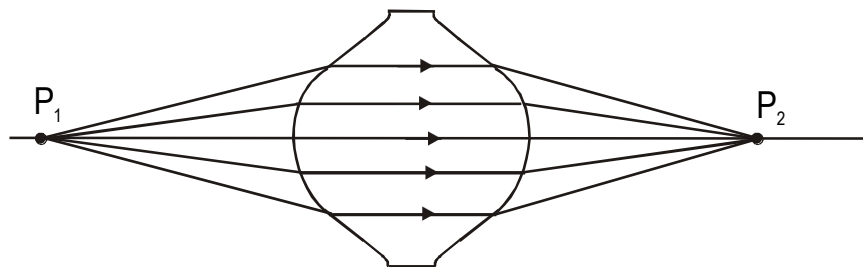
Jn 4.1 Cartesiuse pind

Selliste pindade hulka kuuluvad pöörduhüperboloid, - paraboloid, - ellipsoid. Sfäärilise pinna puhul on tingimus (4.1) ligikaudu täidetud vaid paraksiaalsete kiirte jaoks. Kui esimene keskkond on optiliselt hõredam, siis saame teises keskkonnas paralleelse kiirtekimbu kasutades murdva pinnana hüperboloidi (Jn 4.2A). Optiliselt tihedama esimese keskkonna puhul saame pärast murdumist paralleelse kiirtekimbu, kui murdvaks pinnaks on ellipsoid (Jn 4.2B).



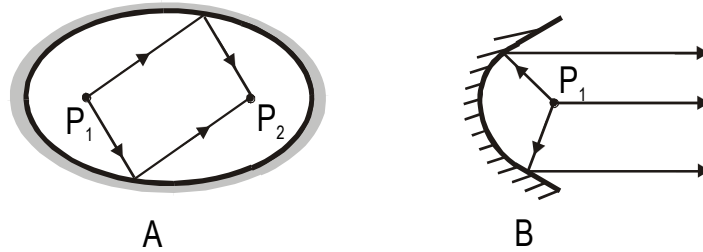
Jn 4.2 A - $n_1 < n_2$, hüperboloid; B - $n_1 > n_2$, ellipsoid.

Enamikel juhtudel soovitakse saada kujutist esemega samas keskkonnas. See on saavutatav kasutades Cartesiuse pindadega läätses (Jn 4.3); pärast murdumist esimesel pinnal levib iga esemest P_1 lähtuv kiir paralleelselt optilise peateljega; pärast murdumist teisel pinnal saame aberratsioonivaba kujutise P_2 .



Jn 4.3 Kaksikhüperboolne lääts

Asfääriliste peeglite näited on toodud Jn 4.4.



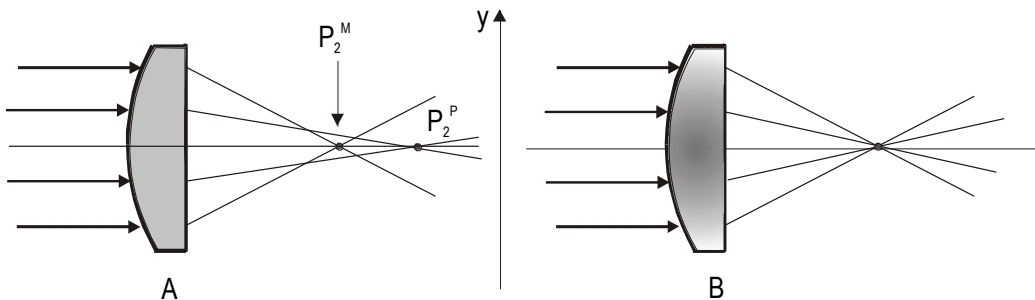
Jn 4.4 A – ellipsoid; B – paraboloid.

Kasutades asfäärilisi murdvaid/peegeldavaid pindasid võib optilisel teljel asuvatest esemetest saada aberratsioonivaba kujutise mistahes nurkade ψ_1, ψ_2 (Jn 2.1) puhul.

Miks siiski on enamikes optilistes instrumentides kasutatavad murdvad/peegeldavad pinnad sfäärilised? Põhjuseid on mitu:

- Ka asfäärilise pinna puhul jäävad alles aberratsioonid väljaspool optilist telge oleva eseme punkti jaoks.
- Asfääriline optika on mitmeid kordi kallim kui sfääriline optika.
- Tänapäeva tipp tehnika lubab valmistada etteantud asfäärilist pinnakuju täpsusega $0,5 \mu\text{m}$; sfääriliste pindade valmistamise tavatehnoloogia võimaldab kümme korda suuremat täpsust.

Asfääriline optika ei ole ainus viis aberratsioonidest vabanemiseks. Vastavalt tingimusele (4.1) peavad paraksiaalsete ja marginaalsete kiirte optilised teepikkused olema võrdsed. See tingimus on täidetav ka juhul, kui murdev pind on sfääriline ja läätse materjali murdumisnäitaja muutub läätse piires. Olgu näiteks tasakumera läätse murdumisnäitaja $n(y)$ maksimaalne tsentris ja kahanegu äärte suunas (Jn 4.5B). Võrreldes juhuga $n = \text{const}$ murtakse paraksiaalseid kiiri nüüd tugevamini ja sfääriline aberratsioon avaldub nõrgemini. Selliseid läätsi nimetatakse gradientläätsedeks¹⁷.



Jn 4.5 A – $n = \text{const}$; B – $n = n(y)$.

¹⁷ ing k. – gradient-index lens (GRIN)

5. Optilised instrumendid

NB ! Selles osas toodud joonistel on valguse tajurina kujutatud silma. Kuni kujutise tekkimiseni võrkkestal võib silma asendada nt koondava läätsuga ja võrkkesta - filmilindiga. Edasisel kujutise töötlemine toimub aju kaasabil:

võrkkestal tekkinud kujutis pööratakse ajus ümber.

5.1 Luup

Luupi, mis lihtsaimal juhtumil on koondav lihtlääts, kasutatakse väikeste detailide paremaks vaatluseks.

Esiatselt suurel kaugusel asuva eseme lähendamisel silmale kasvab ka kujutise suurus võrkkestal. Parima nägemise kaugus $a_0 \approx 25$ cm on vähim vahemaa, mil saame veel võrkkestal terava kujutise. Selle juhu jaoks võib kirjutada (Jn 5.1A)

$$\tan \Theta = y / -25.$$

Asetades eseme ja silma vahele koondava lääts, võib silma võrkkestal saada suurendatud kujutise. Kui ese paikneb läätsesest fookuskaugusel, tekib näiv kujutis lõpmatuses (Jn 5.1B) ja terava kujutise võrkkestal saame akommodeerimata silma puhul. Nurga Θ' jaoks võib kirjutada

$$\tan \Theta' = y / -f.$$

Nurksuurendus¹⁸ M_Θ on defineeritud kui

$$M_\Theta = \tan \Theta' / \tan \Theta \quad (5.1).$$

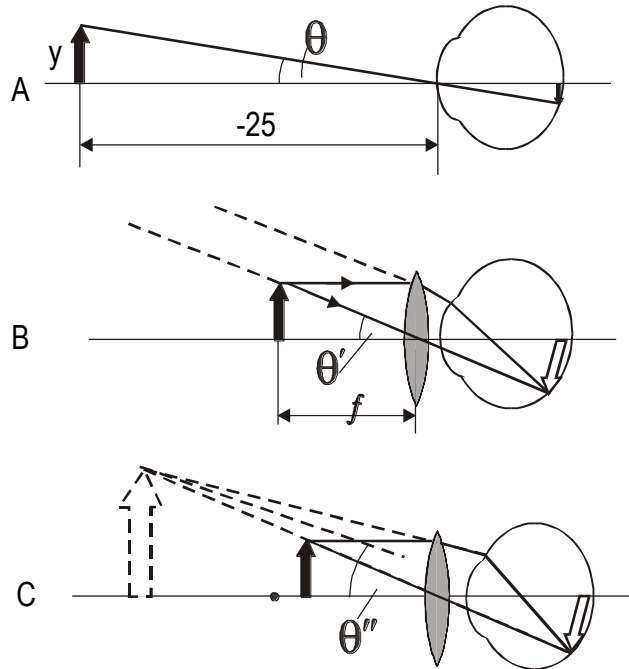
Asendades tangensid, saame luubi nurksuurenduseks

$$M_\Theta = \frac{y / -f}{y / -25} = \frac{25}{f} \quad (5.2),$$

kus f on sentimeetrites. Läätses optilise tugevuse P kaudu avaldub suurendus nagu

$$M_\Theta = \frac{1}{4} P \quad (5.3).$$

¹⁸ Optilistes instrumentides, kus jälgitakse näivaid kujutisi, mis võivad asuda lõpmatuses, kaotab ristisuurendus oma mõtte, seepärast kasutatakse nurksuurenduse mõistet.



Jn 5.1 A – ese on parima nägemise kaugusel; B – luubiga saadav kujutis tekib lõpmatuses; C – luubiga saadav kujutis tekib parima nägemise kaugusel.

Näiva kujutise saamiseks parima nägemise kaugusel $a_2 = a_0 = -25$ cm peab ese olema fookuse ja läätses vahel (Jn 5.1C) kaugusel

$$a_1 = \frac{a_2 f}{f - a_2} = \frac{(-25)f}{f - (-25)};$$

kujutis võrkkestal on terav akommodeeritud silma puhul.

Nurga Θ'' tangens avaldub

$$\tan \Theta'' = \frac{(y)(f + 25)}{-25f}$$

ja nurksuurendus

$$M_{\Theta} = \tan \Theta'' / \tan \Theta = \frac{25}{f} + 1 \text{ ehk } M_{\Theta} = \frac{1}{4} P + 1 \quad (5.4)$$

- kujutis on mõnevõrra suurem kui akommodeerimata silma puhul.

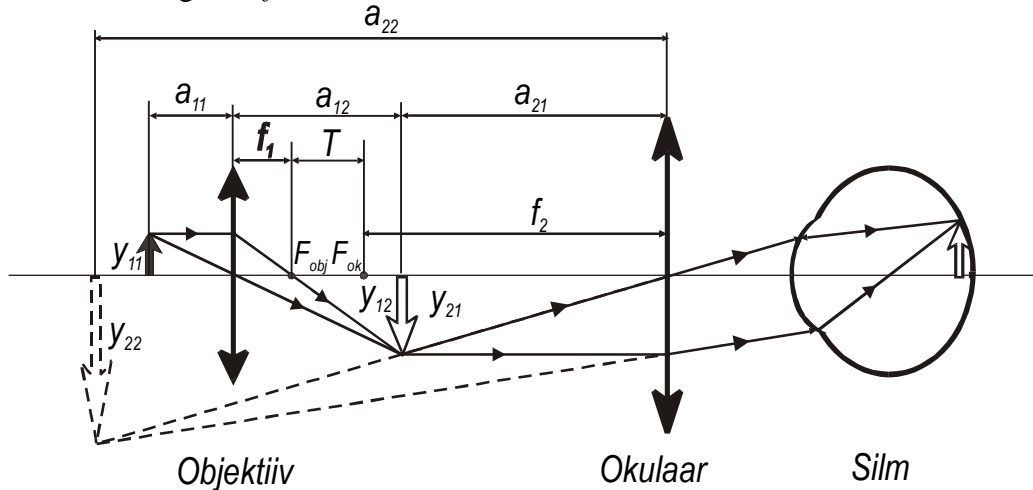
Kokkuleppeline luubi suurenduse tähistus (nt $2,5 \times$) tähendab, et akommodeerimata silma puhul (ese on luubi fookuses) on kujutis võrkkestal on 2,5 korda suurem võrreldes kujutisega, mis tekib ilma luubita (ese on parima nägemise kaugusel).

5.2 Mikroskoop

Tavaliselt ei ületa luubi suurendus $20 \times$. Lähedaste objektide uurimiseks suurema nurksuurendusega kasutatakse mikroskoopi. Lihtsaimal juhul on mikroskoop kahelääteline süsteem (Jn 5.2)¹⁹. Esimese läätses –mikroskoobi **objektiiv** - abil saadakse eseme y_{II} tõeline

¹⁹ Aberratsioonide minimeerimiseks on tööstuslikult toodetavate mikroskoopide objektiivid ja okulaarid keerulised läätsede süsteemid (vt Jn 3.11).

suurendatud kujutis y_{12} . Saadud kujutis on esemeks teisele läätsele ($y_{21} = y_{12}$) – mikroskoobi **okulaarile**, mis töötab luubina: ta tekitab tõelisest kujutisest näiva y_{22} . Objektiivi tagumise fookuse ja okulaari eesmise fookuse vahelist kaugust nimetatakse mikroskoobi tuubuse pikkuseks T . Reeglina (rahvusvaheline standard) on tuubuse pikkus 16 cm, mis on palju suurem objektiivi fookusekaugusest f_1 .



Jn 5.2 Mikroskoobi optiline skeem.

Mikroskoobi suurendus on objektiivi suurenduse M_T^{obj} ja okulaari suurenduse M_{Θ}^{ok} korrutis. Ristisuurenduse definitsiooni (2.15) ja läätse valemi (2.12) põhjal saame

$$M_T^{obj} = y_{12}/y_{11} = a_{12}/a_{11} = 1 - a_{12}/f_1 \quad (5.5).$$

Kui okulaariga saadav näiv kujutis tekib parima nägemise kaugusel, siis vastavalt valemile (5.4)

$$M_{\Theta}^{ok} = 1 + 25/f_2.$$

Kuna $f_1 + T \approx T = 16$ cm, avaldub mikroskoobi suurendus

$$M = M_T^{obj} M_{\Theta}^{ok} = (1 - 16/f_1)(1 + 25/f_2) \quad (5.6),$$

f_1, f_2 on sentimeetrites.

Tavaliselt asetseb ese objektiivi eesmise fookuse lähedal, seega $a_{12}/f_1 \gg 1$ ja $M_T^{obj} \approx -a_{12}/f_1$.

Kui objektiivi tekitatud kujutis on okulaari fookuse lähedal, siis vastavalt valemile (5.2)

$M_{\Theta}^{ok} = 25/f_2$ ning mikroskoobi suurendus avaldub

$$M = (-16/f_1)(25/f_2) \quad (5.7);$$

märk 'miinus' osundab, et tekkinud näiv kujutis on pööratud eseme suhtes.

Kui soovitakse mikroskoobis tekkinud kujutist projekteerida mingile ekraanile, tuleb mikroskoop teravustada esemele nii, et objektiiviga saadud kujutis tekiks okulaarist kaugemal, kui fookusekaugus f_2 .

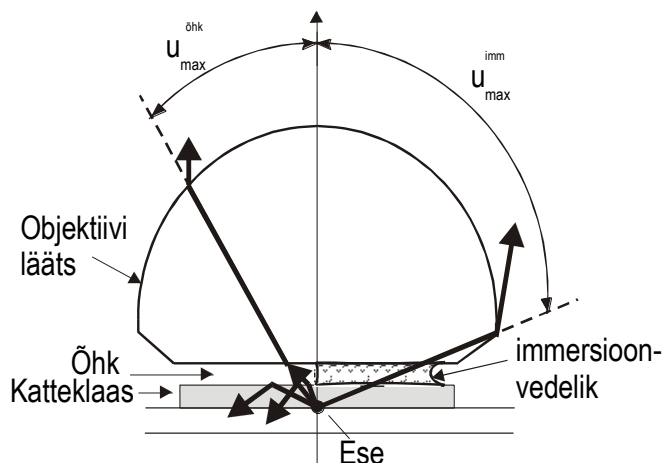
Mikroskoopi objektiivi võimet koguda talle langevat valgust iseloomustab **apertuurarv**

$$N.A. = n_0 \sin u_{\max} \quad (5.8),$$

kus n_0 on eseme ja objektiivi esiläätse vahelise keskkonna (immersioonikeskkonna)

murdumisnäitaja ning u_{\max} on nurk optilise telje ja objektiivi jõudva äärmise kiire vahel.

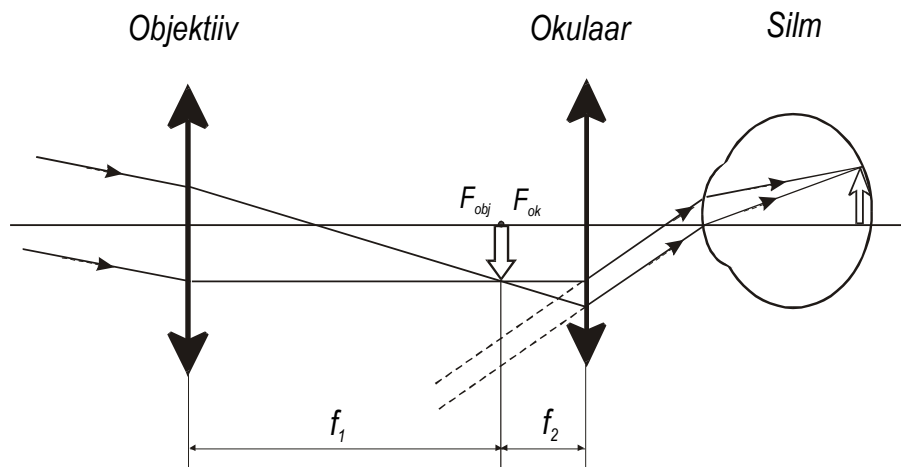
Sobivalt valitud murdumisnäitajaga immersioonikeskkond (õli, vesi) lubab oluliselt suurendada nurka u_{\max} (Jn 5.3).



Jn 5.3 Immersioonivedelik võimaldab suurendada nurka u_{\max} .

5.3 Pikksilm (teleskoop)

Pikksilma kasutatakse kaugete objektide vaatlemiseks. Sel juhul võib lugeda mingist eseme punktist lähtuvad kiired paralleelseteks ja nad koonduvad esimese lääts – objektiivi – fokaaltasandis (Jn 5.4). Okulaari fookus langeb praktiliselt kokku objektiivi fookusega st okulaarist väljuv kiirtekimp on samuti paralleelne ja eseme kujutis tekib akommodeerimata silma võrkkestal. Sellist pikksilma nimetatakse Kepleri pikksilmaks ja seda kasutatakse astronoomilistes vaatlusteks, kus pole tähtis, kas kujutis on otsene või ümberpööratud²⁰.



Jn 5.4 Kepleri pikksilm; lõpmatuses nähtav kujutis on ümberpööratud

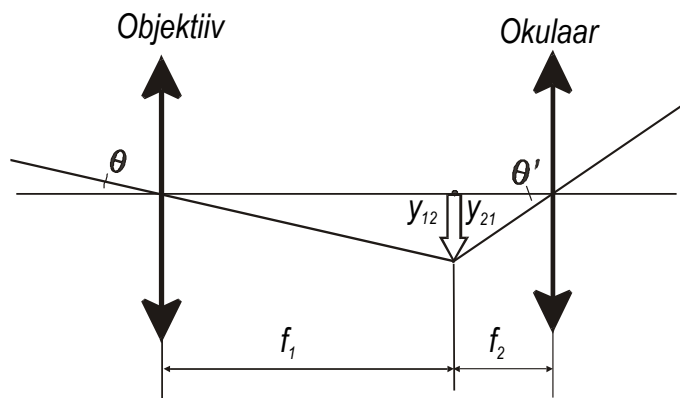
Pikksilma suurenduse $M = \tan \Theta' / \tan \Theta$ saab leida lähtudes Jn 5.5. Tähistades $y' = y_{12} = y_{21}$ võib kirjutada

$$\tan \Theta = -y' / f_1 \text{ ja } \tan \Theta' = -y' / -f_2 .$$

2. ²⁰ Astronoomias kasutatakse tavaliselt sõna 'pikksilm' asemel terminit 'teleskoop'. Kui objektiiviks on lääts, räägitakse 'refraktorist', peegelteleskoobid on reflektorid. Suurima refraktori objektiivi diameeter - 102 cm; fookusekaugus - 19,8 m (USA, Yerkes, Chicago lähedal).

Asendades tangensid saame pikksilma suurenduseks

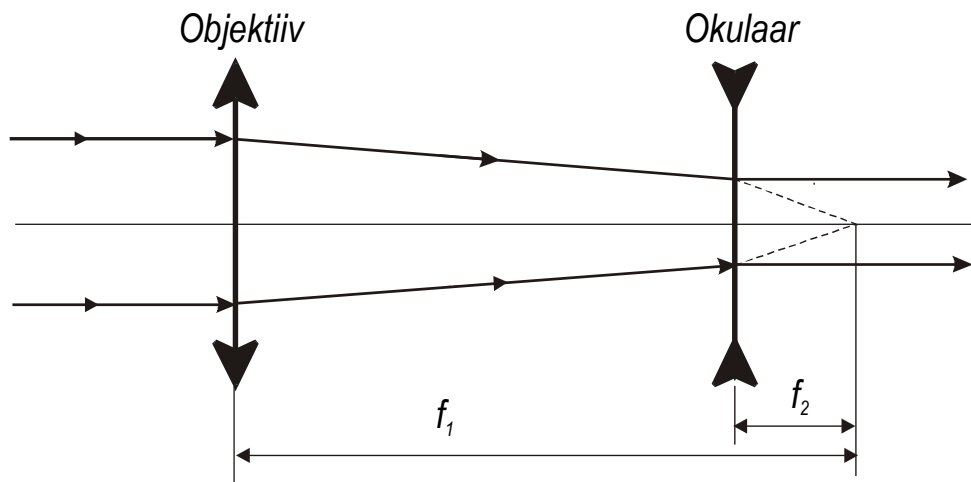
$$M = -f_1/f_2 \quad (5.9)$$



Jn 5.5 Pikksilma suurendus.

Märk “miinus” osundab, et kujutis on ümberpööratud.

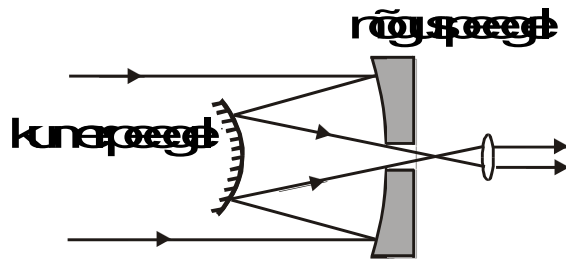
Kepleri pikksilma puuduseks on eseme suhtes ümberpööratud kujutis. Päripidise kujutise saab Galilei pikksilmaga (Jn 5.6), kus okulaariks on hajutav lääts. Nii nagu Kepleri pikksilma puhul langevad objektiivi tagumine fookus ja okulaari eesmine fookus kokku, kuid okulaari eesmine fookus paikneb nüüd läätsesest paremal.



Jn 5.6 Galilei pikksilm.

Läätsetel baseeruvatel pikksilmadel on mitmeid puudusi (kromaatiline aberratsioon, neeldumine jm), mida on võimalik vältida, kasutades objektiiviks läätses asemel nõguspeeglit. On võimalik luua rahuldava peegeldumiskoeffitsiendiga peegleid, mis töötavad laias spektripiirkonnas (infrapunasest kuni röntgenkiirguseni). Peegelteleskoobi näide on esitatud Jn 5.7²¹. Põhimõtteliselt on ka raadioteleskoobid ning satelliitsides kasutatavad antennid sarnase ehitusega.

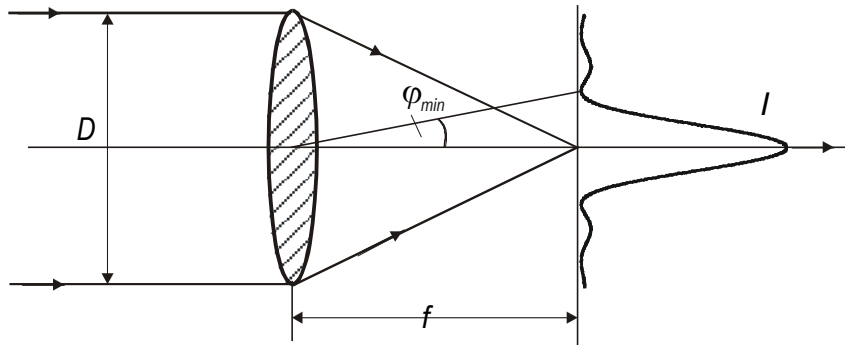
²¹Suurima monoliitse peegelteleskoobi peegli diameeter on 6 m (Venemaa, Põhja-Kaukaasia).



Jn 5.7 Cassegraini teleskoop.

6. Geomeetrilise optika rakendatavuse piirid

Geomeetrilise optikal kui laineoptika lähendil on oma rakendatavuse piirid. Isegi juhul, kui kõik aberratsioonid on maha surutud, pole põhimõtteliselt võimalik saada eseme punktist punktkujutist. Selles võib veenduda lihtsa arutelu põhjal (Jn 6.1). Olgu ese lõpmatuses, tema mingist punktist lähtuv kiirtekimp omab lõplikku energiatihedust. Kui kõik kiired koonduksid matemaatilises punktis – fookuses, siis saaksime füüsiliselt absurdse tulemuse: energiatihedus fookuses on lõpmatu suur.



Jn 6.1 Kiiritustiheduse I jaotus läätse fookuses.

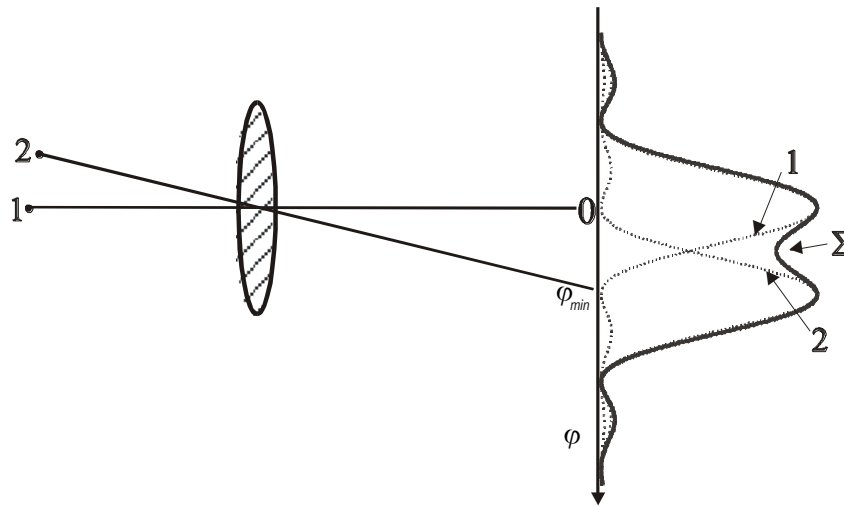
Kujutiseruumis saadava minimaalse elemendi – **pikseli** – suurus on määratud difraktsiooniga. Valgus, läbides nt ümmargust ava diameetriga D (Jn 6.1 on D läätse läbimõõt), kaldub kõrvale sirgjoonelisest levikuteest ja fokaaltasandis tekib difraktsioonipilt. Rohkem kui 90 % kiiritustihedusest²² I on kontsentreeritud tsentraalsesse maksimumi (Airy kettasse). Seetõttu loetakse, et pikseli suurus on määratud nurgaga φ_{\min} . Saab näidata, et φ_{\min} on seotud diameetriga D ja valguse lainepikkusega λ

$$\sin \varphi_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (6.1).$$

Pikseli suurus määrab minimaalse nurkkauguse kahe veel eristatava eseme punkti vahel. Kummastki eseme punktist tekib kujutise ruumis difraktsioonipilt (Jn 6.2). Vastavalt **Rayleigh kriteeriumile** on kaks punkti veel eristatavad, kui teisele punktile vastav difraktsioonipildi maksimum paikneb esimese punkti difraktsioonipildi miinimumi φ_{\min} asukohas. Sel juhtumil

²² Kiiritustihedus – ühikulist pinda ajaühikus läbiv energia

moodustab kiiritustihedus summaarse difraktsioonipildi nõo asukohas ligikaudu 75 % maksimaalsest kiiritustihedusest²³.



Jn 6.2 Rayleigh kriteerium; 1, 2 – esimesest ja teisest eseme punktist tekkivad difraktsioonipildid; Σ - summaarne kiiritustiheduse jaotus.

Praktikas tähtsust omavatel juhtudel võib nurki lugeda väikesteks $\sin \varphi_{\min} \approx \varphi_{\min}$. Optilise süsteemi **lahutusvõimeks** nimetatakse φ_{\min} pöördväärtust.

Pikksilma lahutusvõime

$$A = 1/\varphi_{\min} = D/1,22\lambda \quad (6.3)$$

ja mikroskoobi lahutusvõime

$$A = 1/\varphi_{\min} = n_0 \sin u_{\max}/0,61\lambda \quad (6.4),$$

kus $n_0 \sin u_{\max}$ on mikroskoobi apertuurarv.

Kirjandus

- [1] E. Hecht, Optics, Addison Wesley, 1987
- [2] F. L. Pedrotti, L. S. Pedrotti, Introduction to Optics, Prentice Hall, 1993
- [3] K. D. Möller, Optics, University Science Books, 1988
- [4] J. R. Meyer-Arendt, Introduction to Classical and Modern Optics, Prentice Hall, 1995
- [5] M. Alonso, E. J. Finn, Fundamental University Physics, vol. 2, Addison-Wesley, 1983
- [6] M. Young, Optics and Lasers, Springer Verlag, 1992,
- [7] H. D. Young, R. A. Freedman, University Physics, Addison-Wesley, 1996
- [8] P. Paris, OPTIKA PRAKTIKUM V, Geomeetriline optika. Fotomeetria, Tartu, 1988
- [9] I. Rammo, Sissejuhatus maatriksoptikasse, Tartu, 1998
- [10] Saveljev, Füüsika üldkursus, k. 3, Tallinn, 1979
- [11] H. J. Pain, The Physics of Vibrations and Waves, Wiley, 1999
- [12] D.D. Sivuhhin, Obshtshi kurs fiziki. Optika, Nauka 1980 (vene keeles)
- [13] G.S. Landsberg, Optika, Nauka 1976 (vene keeles)
- [14] R. E. I. Newton, Wave Physics, Hodder & Stoughton, 1990

²³ Siin eeldame, et eseme punktid on võrdse heledusega. Rayleigh kriteerium on muidugi tinglik, kuid ta omab selget füüsikalist mõtet.