

**Tartu Ülikool**  
**Eksperimentaalfüüsika ja tehnoloogia instituut**

# **DIFRAKTSIOON**

Laineoptika praktikumitööde juhendid

Koostanud Hans Korge, Matti Laan ja Peeter Paris

Parandatud ja täiendatud väljaanne

**Tartu 2018**

## SAATEKS

Käesolevasse juhendite kogumikku on koondatud difraktsioonialased optika praktikumi tööd füüsikaosakonna üliõpilastele. Vajaduse korral on juhendid kasutatavad ka teiste osakondade üliõpilaste praktikumides, kui tööülesandeid vähendada või lihtsustada.

Peatükis 1 on esitatud see osa teooriast, mis on vajalik kõikide praktiliste tööde tegemiseks. Teises peatükis on iga töö alguses lisatud praktilise töö tegemiseks vajalik konkreetsem teooria.

Kõikide tööde korral tuleb hinnata lõpptulemuse määramatus ja leida meetodika, mis võimaldaks minimeerida süstemaatiliste hälvete mõju. Optika praktikumis on subjektiivsetest momentidest tingitud juhuslikel hälvetel palju suurem osatähtsus, kui mehaanika- või elektripraktikumis: kujutise teravustamisel, vaatevälja osade ühesuguse heleduse fikseerimisel, polaroidide ristseisu määramisel minimaalse intensiivsuse järgi jpt sarnastes protseduurides on määrav subjektiivne hinnang. Sellest asjaolust johtub nõue, et optika praktikumis tuleb kõiki mõõtmisi teha korduvalt. Kindlat kordumõõtmiste arvu on üldjuhul võimatu välja pakkuda, kuid reeglina kordumõõtmiste arv peaks olema seda suurem, mida täpsemaid näituseid mõõteriist võimaldab.

Märgatud vigadest või ebatäpsustest teatage kas M. Laanele või P. Parisele ([peeter.paris@ut.ee](mailto:peeter.paris@ut.ee)).

## SISUKORD

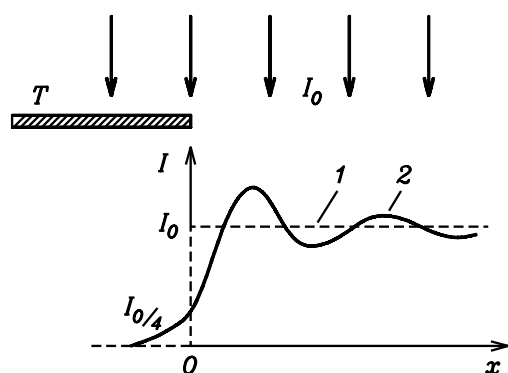
<b>SAATEKS</b> .....	2
<b>SISUKORD</b> .....	3
<b>1. TEOREETILISED ALUSED</b> .....	4
1.1. Huygeni-Fresneli printsiip .....	4
1.2. Fraunhoferi difraktsioon ühel pilul .....	8
1.3. Fraunhoferi difraktsioon perioodilise pilude süsteemi korral .....	11
<b>2. PRAKTILISED TÖÖD</b> .....	16
2.1. Fraunhoferi difraktsioon ühel pilul .....	16
2.2. Spektraalriista pilu laiuse määramine difraktsioonipildi järgi .....	20
2.3. Õhu murdumisnäitaja rõhust sõltuvuse määramine .....	25
2.4. Difraktsioon mitme pilu korral .....	31
2.5. Difraktsioonivõre .....	38

# 1. TEOREETILISED ALUSED

## 1.1. Huygeni-Fresneli printsiipt

Elektromagnetlaine levikul piiramatus homogeenes keskkonnas lainefront<sup>1</sup> ei muutu. Kui aga laine teel asuvad tõkked, mille omadused (neeldumine ja/või murdumisnäitaja) järsult erinevad ümbritseva keskkonna omadest, toimub lainefronni deformeerumine. Difraktsiooniks nimetatakse tõkete tõttu toimuvat lainefronni deformeerumist ja sellega kaasnevat valguse kiiritustiheduse ümberjaotumist ruumis.

Olgu monokromaatilise tasalaine teel tõke  $T$  (joonis 1.1) ja jälgime ekraanil kiiritustiheduse  $I$  sõltuvust koordinaadist  $x$ .



**Joonis 1.1.** Kiiritustiheduse jaotus ekraanil: 1 – geomeetrilise optika lähenduses; 2 – laineoptika lähenduses.

Kui lainefront ei deformeeruks, siis jaotuks kiiritustihedus ekraanil vastavalt joonega 1 toodud sõltuvusele. Selline sõltuvus vastab geomeetrilise optika lähendusele: valgus levib sirgjooneliselt ja geomeetrilise varju piirkonda ( $x < 0$ ) valgust ei lange. Tegelikult registreeritav kiiritustiheduse jaotus on toodud joonisel joonega 2: ka geomeetrilise varju piirkonnas on valguse kiiritustihedus nullist erinev. Selle alusel võib anda difraktsiooni lihtsama määratluse: difraktsiooniks nimetatakse valguse levikut tõkke geomeetrilise varju piirkonda.

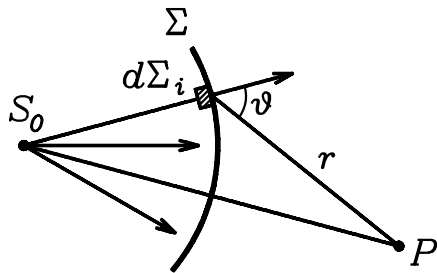
Difraktsiooni kirjeldamine Maxwelli võrranditest lähtudes on komplitseeritud matemaatiline probleem: meil on tegemist vektorvõrrandite süsteemiga, mis tuleb lahendada ääretingimusi – tõkke elektrilisi omadusi – arvestades<sup>2</sup>. Praktikas kasutatakse kiiritustiheduse jaotuse leidmiseks laineoptika lähendit, mille täpsus paljudel juhtudel on täiesti rahuldav. Vaid väikeste tõkete korral, mille mõõtmed on võrreldavad lainepikkusega, tuleb arvesse võtta valguse, kui elektromagnetlaine omadusi, ja laine vastasmõju tõkke ainega.

<sup>1</sup> Lainefront on ruumipunktide kogum, milleni laine on levinud antud ajamomendiks. Punktallika korral on homogeenes isotroopses keskkonnas lainefronniks sfääri pind, lõpmatuses asuva allika korral (s.t meieni jõuab tasalaine e paralleelne kiirtekimp) – tasand jne.

<sup>2</sup> Difraktsiooniprobleemi range lahendamise lihtsamaid juhte on käsitletud raamatus M. Born ja E. Wolf “Principles of Optics”.

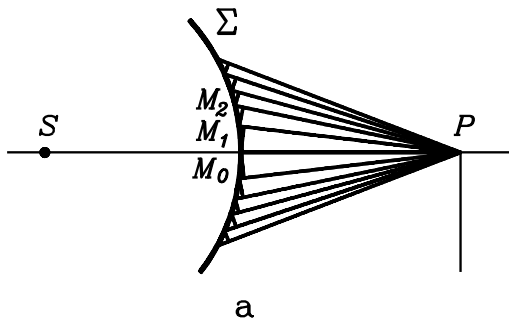
Vastavalt laineoptika lähendile on valgus skalaarne ristlaine, mida iseloomustab lainepikkus, faas ja amplituud. Selleks, et seletada valguse levimist ruumis, võetakse kasutusele abiprintsiip – Huygeni-Fresneli printsiip.

Olgu ajahetkeks  $t$  valgusallikast  $S_0$  lähtuv valgus jõudnud pinnani  $\Sigma$  (joonis 1.2).

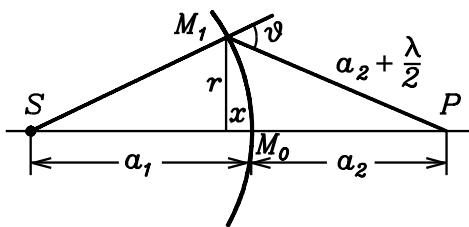


**Joonis 1.2.**  $S_0$  – valgusallikas;  $\Sigma$  – lainefront;  $d\Sigma_i$  – sekundaarlaine allikas,  $P$  – vaatluspunkt.

Vastavalt Huygeni-Fresneli printsiibile vaadeldakse lainefrondi  $\Sigma$  pinnaelementi  $d\Sigma_i$  kui uut punktvalgusallikat. Need uued, nn sekundaarlaine<sup>3</sup> allikad on koherentsed, s.t neist lähtuvad lained interfereeruvad. Summaarne laine punktis  $P$  on seega määratud sekundaarlainete superpositsiooniga. Iga üksiku sekundaarlaine poolt punktis  $P$  tekitatud häiritus oleneb kaugusest  $r$  ja nurgast  $\vartheta$  pinnanormaali ja  $r$  vahel. Sõltuvust nurgast  $\vartheta$  iseloomustatakse funktsiooniga  $K(\vartheta)$ , kus  $K(\vartheta) = 1$ , kui  $\vartheta = 0$  ja kahaneb monotoonselt kuni nullini, kui  $\vartheta$  kasvab  $\pi/2$ -ni.



a



b

**Joonis 1.3.** a – Fresneli tsoonid; b – esimese tsooni pindala arvutamine.

<sup>3</sup> Sekundaarlainete kontseptsiooni tõi optikasse Huygens XVII saj lõpul; põhitektis toodud postulaatiivsel kujul formuleeris printsiibi XIX saj algul Fresnel; lähtudes lainevõrrandist tõestas ja täpsustas saadud tulemused XIX saj lõpul Kirchhoff.

Vaatleme järgnevalt Huygeni-Fresneli printsiibi rakenduse näidet: tuleb leida punktist  $S$  lähtuva valguse, mille lainepikkuse on  $\lambda$ , kiiritustihedus punktis  $P$  (joonis 1.3). Pind  $\Sigma$  on lainefront, mis asub allikast  $S$  kaugusel  $a_1$  ja punkti  $P$  kaugus lainefrondist olgu  $a_2$ . Pinnalt  $\Sigma$  lähtuvate sekundaarlainete superpositsiooni on kerge arvutada, kui kasutada järgmist võtet. Jaotame pinna  $\Sigma$  tsoonideks nii, et kaugus mingi tsooni välimiselt äärelt punktini  $P$  erineks  $\lambda/2$  võrra kaugusest eelneva tsooni välimise ääreni, s.t

$$M_1P - M_0P = M_2P - M_1P = M_3P - M_2P = \dots = \frac{\lambda}{2}.$$

Sel põhimõttel konstrueeritud tsoone nimetatakse Fresneli tsoonideks. Leiame esimese tsooni pindala. Joonise 1.3 alusel võime kirjutada

$$r^2 = a_1^2 - (a_1 - x)^2 = \left(a_2 + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (a_2 + x)^2.$$

Kui  $\lambda \ll a_1, a_2$  ja  $x \ll a_1, a_2$ , siis  $r^2 = 2a_1x$  ja  $x = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \cdot \frac{\lambda}{2}$ .

Esimese Fresneli tsooni pindala avaldub

$$\pi r^2 = 2\pi a_1 x = \frac{\pi a_1 a_2}{a_1 + a_2} \lambda. \quad (1.1)$$

praktiliselt sama tulemuse saame ka järgmiste Fresneli tsoonide jaoks. Seega on kõigi Fresneli tsoonide pindalad võrdsed ja nende mõju erinevus valguse kiiritustihedusele punktis  $P$  on määratud funktsiooniga  $K(\mathcal{G})$ : mida suurem on tsooni number, seda väiksem on tsoonist pärineva laine mõju punktis  $P$ . Tekitagu  $i$ -s Fresneli tsoon punktis  $P$  võnkumised amplituudiga  $E_i$ , siis  $|E_i| \geq |E_{i+1}|$ , sest kahe võrdse pindalaga naabertsooni jaoks erinevad  $K(\mathcal{G})$  väga vähe.

Teiselt poolt on kahe naabertsooni käiguvähe punktini  $P$  võrdne  $\lambda/2$ , seega on need võnkumised punktis  $P$  vastasfaasis ja amplituudid  $E_i$  ja  $E_{i+1}$  vastasmärgilised. Järelikult  $N$  Fresneli tsooni poolt punktis  $P$  tekitatud summaarse võnkumise amplituud on

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_N. \quad (1.2)$$

Summa viimase liikme  $E_N$  märk sõltub  $N$ -i paarsusest:  $E_N$  on positiivne, kui  $N$  on paaritu arv ja negatiivne, kui  $N$  on paaris arv.

Eelöeldu põhjal võime esitada summa (1.2) järgmisel kujul:

$$E = \frac{1}{2}E_1 + \left(\frac{1}{2}E_1 - E_2 + \frac{1}{2}E_3\right) + \left(\frac{1}{2}E_3 - E_4 + \frac{1}{2}E_5\right) + \dots \pm \frac{1}{2}E_N. \quad (1.3)$$

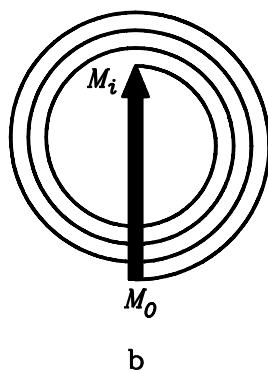
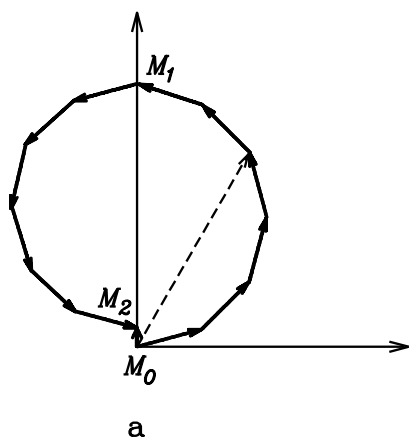
Sulgudes olevad liikmed võrduvad nulliga ja võnkumiste summaarne amplituud võrdub

$$E = \frac{1}{2}(E_1 \pm E_N). \quad (1.4)$$

Seose (1.4) põhjal võib väita, et laine levikul vabas ruumis (s.t  $N \rightarrow \infty$ ,  $E_N \rightarrow 0$ ) on amplituud punktis  $P$  kaks korda väiksem kui esimese tsooni korral. Kuna  $I \sim E^2$ , siis valguse on kiirustihedus vaba lainefrondi korral neli korda väiksem, kui esimese tsooni tekitatud kiirustihedus. Kattes lainefrondi tõkkega nii, et avatuks jääb vaid tsentraalne tsoon, registreerime punktis  $P$  neljakordse kiirustiheduse kasvu. Kui tõke jätab vabaks ava, millesse mahub paarisarv Fresneli tsoone, siis valguse kiirustihedus punktis  $P$  on praktiliselt null. Paaritu arvu avatud tsoonidele vastavad aga kiirustiheduse maksimumid<sup>4</sup>, millede suurus kahaneb monotoonselt avatud tsoonide arvu kasvades  $4I_0$  -st  $I_0$  -ni. Siin  $I_0$  – avale langeva valguse kiirustihedus.

Toodud seaduspärasusi saab näitlikult kujutada vektordiagrammi abil (joonis 1.4). Selleks jaotatakse iga Fresneli tsoon alamtsoonideks. Alamtsooni poolt punktis  $P$  tekitatud võnkumist kujutatakse vektorina. Kui alamtsoonid on ühesuguste pindaladega, siis vektorid on võrdse pikkusega, erinevus on vaid võnkumiste faasis.

Esimese ja viimase alamtsooni võnkumised on vastasfaasis – vektorid on vastupidise suunaga. Joonisel 1.4a on kujutatud võnkumiste summa  $E$  kahe tsooni jaoks, alamtsoonide arv on lõplik. Joonisel 1.4b on kujutatud piirjuht, kui alamtsoonide arv läheneb lõpmatusse ja tsoone on palju.



**Joonis 1.4.** Vektordiagrammid.

**a :** kaks tsooni

$$\vec{E} = \vec{M}_0\vec{M}_1 - \vec{M}_1\vec{M}_2 = \vec{M}_0\vec{M}_2 ;$$

**b :**  $i$  tsooni

$$\vec{E} = \vec{M}_0\vec{M}_1 - \vec{M}_1\vec{M}_2 + \vec{M}_2\vec{M}_3 - \dots \\ \dots \pm \vec{M}_{i-1}\vec{M}_i = \vec{M}_0\vec{M}_i .$$

Valguse kiirustihedus punktis  $P$  on seega määratud avatud Fresneli tsoonide arvuga. Avatud tsoonide arv ei olene üksnes ava mõõtmetest, vaid ka lainepikkusest  $\lambda$  ning kaugustest  $a_1$  ja  $a_2$ .

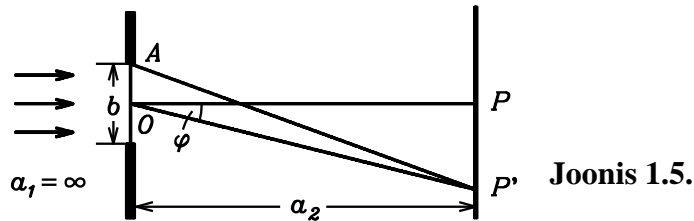
Huygeni-Fresneli printsiip võimaldab taandada difraktsiooni leidmise koherentsete lainete liitmisele, s.o interferentsile. Üldjuhul on kiirustiheduse jaotuse leidmine tõkke taga komplitseeritud probleem – toodud näites õnnestus meil leida kiirustiheduse jaotus vaid süsteemi sümmeetriateljel punktis  $P$ .

Langeva avale lineaarmõõdetega  $b$  (joonis 1.5) paralleelne kiirtekimp ( $a_1 = \infty$ ), siis kiirustihedus suvalises vaatluspunktis  $P'$  sõltub nii difraktsiooninurgast  $\varphi$  (nurk langeva valguse lainevektori  $\vec{k}$  ja vaatlussuuna vahel) kui ka kaugusest  $a_2$ . Piirjuhul, kui käiguvahe

<sup>4</sup> Siin ei ole tegemist energia jäävuse rikkumisega, jutt käib vaid punktis  $P$  registreeritavast kiirustihedusest. Kui punktis  $P$  kiirustihedus kasvab, peab see naaberpunktides vähenema – energia jaotub ruumis ümber.

$$AP' - OP' \ll \lambda, \quad (1.5)$$

võib lugeda, et punktides  $A$  ja  $O$  jõuavad vaatluspunkti  $P'$  praktiliselt paralleelsed kiired. Sellisel juhul sõltub kiiritustihedus punktis  $P'$  vaid difraktsiooninurgast  $\varphi$ . Seega alates teatud kaugusest  $a_2$  ülesanne lihtsustub.



Joonis 1.5.

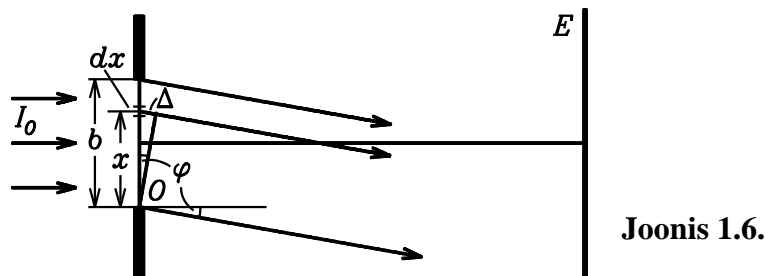
Leiame, millal on tingimus (1.5) täidetud. Käiguvahe  $AP' - OP'$  on leitav analoogiliselt kogumiku OP VI interferentsi osas valemi (1.10) tuletamisega. Pärast teisendusi saame nn praktilise lõpmatuse tingimuse

$$a_2 \gg \frac{b^2}{\lambda}. \quad (1.6)$$

Kui see võrratus on täidetud, siis on kiiritustiheduse jaotus määratud vaid nurgaga  $\varphi$ .

Eristatakse kaht liiki difraktsiooni. Kui  $a_1$  ja/või  $a_2$  omavad lõplikku väärtust, siis on meil tegemist Fresneli difraktsiooniga. Kui aga  $a_1, a_2 = \infty$ , on meil tegemist Fraunhoferi difraktsiooniga.

## 1.2. Fraunhoferi difraktsioon ühe pilu korral



Joonis 1.6.

Langegu tasalaine pilule, mille laius on  $b$  (joonis 1.6). Lainevektor  $\vec{k}$  olgu risti pilu tasandiga. Piluks loeme ristikülilikujulist ava, mille laius on palju väiksem, kui pikkus. Sel juhul võime lahendada ühemõõtmelise ülesande. Meid huvitab kiiritustiheduse jaotus ekraanil  $E$ , mis asetseb praktilises lõpmatuses (tingimus 1.6 on täidetud) või pilu taga asetseva läätse fokaaltasandis.

Antud juhul langeb lainefront kokku pilu tasandiga ja vastavalt Huygeni-Fresneli printsiibile on iga pilu lõik  $dx$  sekundaarlainete (lainekeste) allikaks, kusjuures need allikad võnguvad samas



faasis. Kui langeva laine amplituud on  $E_0$ , siis lõik  $dx$  kiirgab lainekeste, mille amplituud on  $\frac{E_0}{b} dx$ . Lainekeste, mis levivad suunas  $\varphi$ , omavad erinevaid faase. Pilu algusest kaugusel  $x$  paiknevast allikast  $dx$  lähtuv laineke läbib täiendava teepikkuse  $\Delta = x \sin \varphi$ , millele vastab faasinihe  $kx \sin \varphi$ . Seega selle allika poolt suunas  $\varphi$  kiiratava lainekeste hälve on

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} dx \sin(\omega t - kx \sin \varphi). \quad (1.7)$$

Resultanthälve, mis tekitatakse suunas  $\varphi$ , avaldub

$$E_\varphi = \int_0^b dE_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \sin(\omega t - kx \sin \varphi) dx.$$

Pärast integreerimist ja teisendusi saame liitlaine amplituudi

$$E = E_0 \frac{\sin u}{u}, \quad (1.8)$$

kus 
$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi. \quad (1.8a)$$

Kuna kiiritustihedus  $I \sim E^2$ , siis

$$I_\varphi = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2. \quad (1.9)$$

Sõltuvuste  $\frac{\sin u}{u}$  ja  $\left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$  graafikud on toodud joonisel 1.7.

Funktsioon  $\left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$  on sümmeetriline punkti  $u = \varphi = 0$  suhtes. Kui  $u \rightarrow 0$ , siis  $\frac{\sin u}{u} \rightarrow 1$ , ja suunale  $\varphi = 0$  vastava valguse kiiritustihedus võrdub pilule langeva valguse kiiritustihedusega:  $I = I_0$ .

$I_\varphi = 0$  siis, kui on samaaegselt täidetud tingimused  $\sin u = 0$  ja  $u \neq 0$  ehk

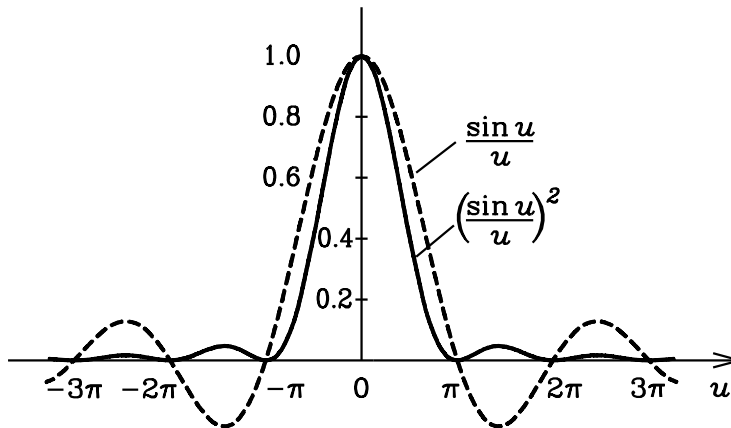
$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$$

Siit saame difraktsioonipildi miinimumide tingimuse

$$b \sin \varphi = m \lambda, \quad (1.10)$$

kus  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ . Arvu  $m$  nimetatakse miinimumide järjooks. Umbes 92 % pilule langevast valgusest paikneb esimest järku miinimumide ( $m = \pm 1$ ) vahel, seda piirkonda nimetatakse null järku ehk tsentraalseks maksimumiks. Teiste miinimumide vahel paiknevate maksimumide asukohad on määratud seostega

$$\sin \varphi_1 = \pm 1,43 \frac{\lambda}{b}, \quad \sin \varphi_2 = \pm 2,46 \frac{\lambda}{b}, \quad \text{jne.}$$



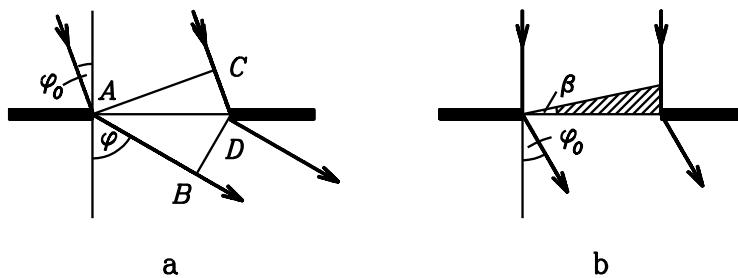
Joonis 1.7.

Kiiritustiheduste maksimumid tsentraalses, esimest ja teist järku maksimumides suhtuvad omavahel nagu 100:4,7:1,7. Jälgides silmaga difraktsioonipilti, tundub kiiritustiheduste erinevus väiksem, kuna silm on logaritmiline vastuvõtja, s.t valgusaisting sõltub logaritmiliselt valguse kiiritustihedusest.

Miinumide tingimus  $b \sin \varphi = m\lambda$  omab lihtsat füüsikalist interpretatsiooni: kiiritustihedus on null suundades, kus käiguvahe pilu äärmistest punktidest lähtuvate lainete vahel on täisarv lainepikkusi. Oletame algul, et  $b \sin \varphi = \lambda$ . Kui jaotada pilu kaheks võrdseks osaks, siis jõuavad lained nendest osadest kaugel asuvasse vaatluspunkti vastasfaasides ja interfereerudes kustutavad teineteist – tekib miinum. Kui  $b \sin \varphi = m\lambda$ , siis tuleb pilu jaotada  $2m$  võrdseks osaks, paarisarvulistest osadest lähtuvad lained on vastasfaasis paaritud numbrit kandvatest osadest lähtuvate lainetega ja need lained kustutavad üksteist.

Kui paralleelne kiirtekimp langeb pilule kaldu nurga  $\varphi_0$  all (joonis 1.8), siis tekib äärmiste kiirte vahel käiguvahe  $AB - CD = b(\sin \varphi - \sin \varphi_0)$ . Miinumide tingimus (1.10) omandab nüüd kuju

$$b(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = m\lambda. \quad (1.11)$$

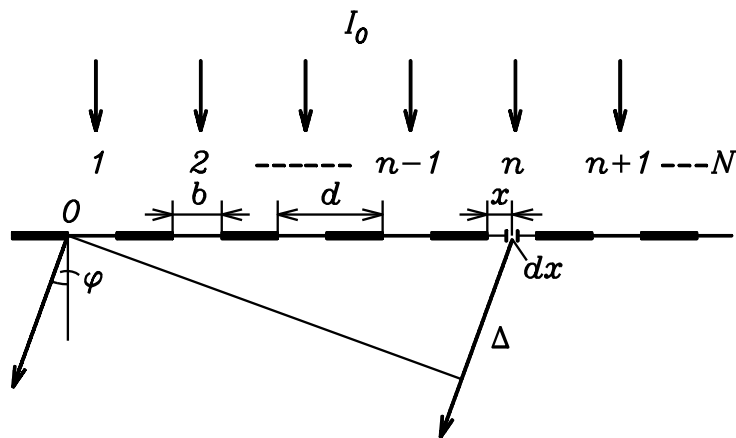


Joonis 1.8.

Kui nurgad  $\varphi$  ja  $\varphi_0$  on väikesed, siis difraktsioonipildi parameetrid võrreldes risti langemise juhuga praktiliselt ei muutu, ta on vaid kallutatud kõrvale pilu tasandi keskristsirgest nurga  $\varphi_0$  võrra. Analoogiline on olukord juhul, kui pilule on asetatud prisma (joonis 1.8b), mille murdev nurk on  $\beta$  ja murdumisnäitaja on  $n$ . Kui nurk  $\beta$  on väike, siis kaldub difraktsioonipildi tsentraalne maksimum keskristsirgest kõrvale nurga  $\varphi_0 = \beta(n - 1)$  võrra.

### 1.3. Fraunhoferi difraktsioon perioodilise pilude süsteemi korral

Kui valguse teele asetatud tõkkes olevad avad paiknevad kindla seadusärasuse järgi, tekivad sellise tõkke valgustamisel koherentse valgusega täiendavad efektid. Lihtsaimaks ja praktikas väga tähtsaks avade süsteemiks on  $N$  paralleelset pilu (joonis 1.9). Sellist pilude süsteemi nimetatakse difraktsioonivõreks, kaugust  $d$  kahe naaberpilu ekvivalentse punkti vahel aga võre perioodiks e võrekonstandiks. Praktikas iseloomustatakse võresid suurusega  $1/d$  (1/mm), mis annab meile pilude arvu ühe millimeetri kohta.



Joonis 1.9.

Langegu risti difraktsioonivõrele, mille iga pilu laius on  $b$  ja periood  $d$ , monokromaatiline tasalaine, mille amplituud ühe pilu ulatuses on  $E_0$ . Lainevektor olgu risti pilu tasandiga. Vastavalt Huygeni-Fresneli printsiibile on suvalise pilu väike lõik laiusega  $dx$  lainekese allikaks, sealt lähtuva lainekese amplituud on  $\frac{E_0}{b} dx$ . Kui koordinaatide algus langeb kokku esimese pilu algusega, siis tekib  $n$ -da pilu lõigu  $dx$  poolt suunas  $\varphi$  kiiritava lainekese ja esimese pilu algusest kiiritava lainekese vahel faasivahe

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}[(n-1) + x] \sin \varphi$$

ja lainekese võib kirjutada kujul

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} dx \sin \left\{ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} [(n-1)d + x] \sin \varphi \right\}. \quad (1.12)$$

Laine, mis kiiratakse  $n$ -da pilu poolt, saame integreerides üle pilu laiuse:

$$E_{\varphi n} = \int_0^b dE_\varphi .$$

$N$  pilu poolt suunas  $\varphi$  kiiritava laine kogu hälve avaldub:

$$E = \sum_{n=1}^N \int_0^b \frac{E_0}{b} \sin \left\{ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} [(n-1)d + x] \sin \varphi \right\} dx.$$

Peale matemaatilisi teisendusi saame leida valguse kiiritustiheduse suunas  $\varphi$ :

$$I_{\varphi} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2, \quad (1.13)$$

kus  $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$  ja  $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$ .

Võrreldes saadud tulemust kiiritustiheduse jaotusega ühe pilu korral (seos (1.9)), näeme, et  $N$

pilu koosmõju (interferentsi) kirjeldab tegur  $\left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$ . Funktsiooni  $\left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2$  maksimumid

asuvad kohtades, kus  $\sin \delta = 0$ , sest  $\lim_{\sin \delta \rightarrow 0} \left| \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right| = N$ . Aga  $\sin \delta = 0$ , kui  $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi = m\lambda$ ,

kus  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

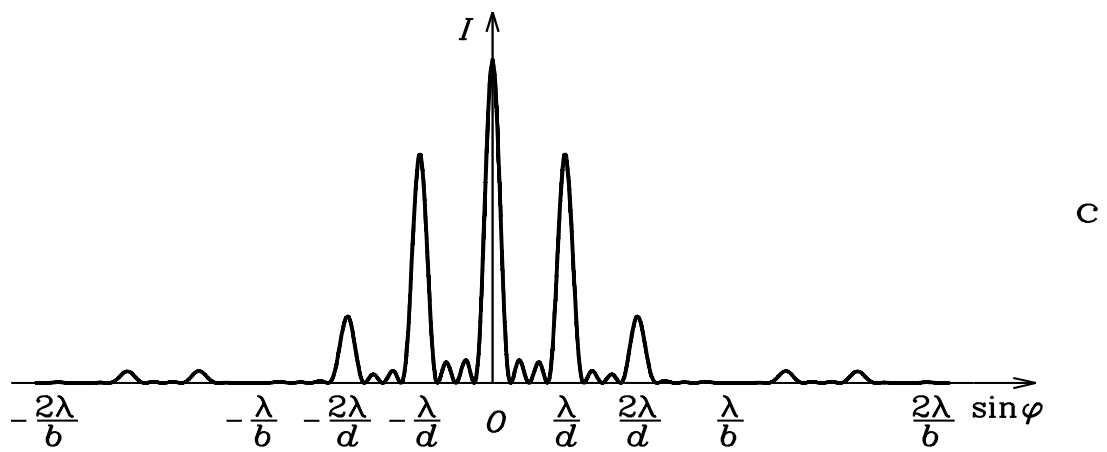
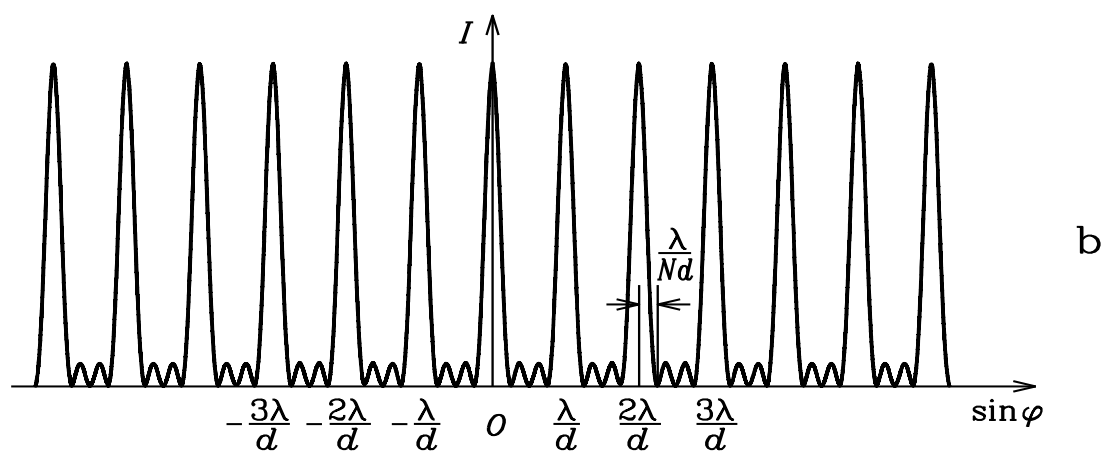
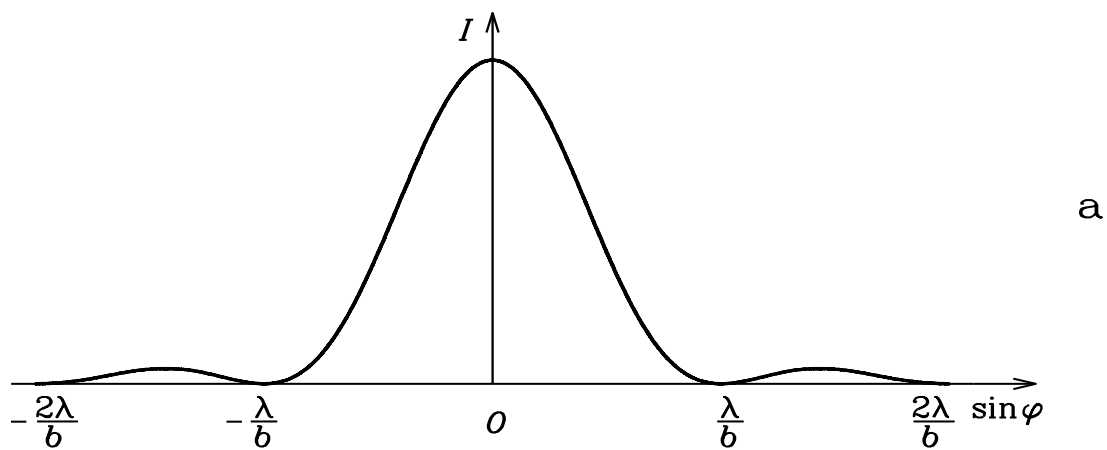
Saame kiiritustiheduse maksimumide tingimuseks

$$d \sin \varphi = m\lambda. \quad (1.14)$$

Saadud seosest järeldub, et kiiritustihedus on maksimaalne sellistes suundades  $\varphi$ , kus käiguvahe kahe naaberpilust lähtuva laine vahel on täisarv lainepikkusi:

$$I_{\varphi, \max} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 N^2. \quad (1.15)$$

Neid maksimume nimetatakse peamaksimumideks. Peamaksimumi suunas kasvab kiiritustihedus  $N^2$  korda, võrreldes kiiritustihedusega ühe pilu korral.



**Joonis 1.10.** Kiiritustiheduse jaotus  $N$  pilu korral: **a** – difraktsioon ühe pilu korral; **b** – funktsioon  $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}\right)^2$ ; **c** – summaarne kiiritustiheduse jaotus:  $N = 4$ ,  $b = 0,04\text{mm}$ ,  $d = 0,125\text{mm}$ .

Kordaja  $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}\right)^2$  edasiseks uurimiseks esitame murru lugeja ja nimetaja nullkohad tabeli kujul:

Lugeja	$\sin N\delta = 0$ , kui $N\delta = 0$ ,	$\pi, \dots, (N-1)\pi$	$N\pi$ ,	$\dots$ ,	$2N\pi$ ,	$\dots$
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$	
Nimetaja	$\sin \delta = 0$ ,	kui $\delta = 0$ ,	$\pi$ ,	$2\pi$ ,		

Neil  $\delta$  väärtustel, mil lugeja ja nimetaja on samaaegselt nullid, on täidetud peamaksimumide tingimus  $d \sin \varphi = m\lambda$ . Peamaksimumide vahel paikneb  $N-1$  punkti, kus lugeja  $\sin N\delta = 0$ , kuid nimetaja  $\sin \delta \neq 0$ ; nendes punktides  $I_\varphi = 0$ . Kiiritustiheduse miinimumid esinevad suundades

$$d \sin \varphi = \frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \dots, \frac{N-1}{N} \lambda.$$

Miinimumide vahel peab kiiritustihedus omama maksimaalset väärtust, seega peab kahe peamaksimumi vahel paiknema  $N-2$  kõrvalmaksimumi. Kõrvalmaksimumide kiiritustihedus on ligikaudu  $N^2$  väiksem kui peamaksimumidel. Joonisel 1.10b on esitatud funktsiooni  $\left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}\right)^2$  graafik juhul, kui  $N=4$ . Selle graafiku alusel võib juhtida

tähelepanu kahele seosele: 1)  $\sin \varphi$  ja seega ka nurkkaugus kahe peamaksimumi vahel on seda suurem, mida väiksem on võre periood  $d$  ning 2) peamaksimumi laius on võrdeline suurusega  $2\lambda / Nd$  – seega pilude koguarvu  $N$  kasvamisel peamaksimumi laius väheneb.

Järgnevalt vaatleme teguri  $\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$  mõju peamaksimumide kiiritustihedusele.

Peamaksimumide asukohtades  $\sin \varphi = m\lambda / d$  ja

$$u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \cdot m \frac{\lambda}{d} = \pi m \frac{b}{d}.$$

Seega

$$\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{d^2 \sin^2(\pi m b / d)}{b^2 m^2}$$

ja  $m$ -ndat järku peamaksimumi kiiritustihedus avaldub

$$I_m = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\delta}{\sin \delta}\right)^2 = I_0 N^2 d^2 \frac{\sin^2(\pi m b / d)}{b^2 \pi^2 m^2}. \quad (1.16)$$

Saadud seosest järeldub, et  $I_m \sim 1 / m^2$ , s.t difraktsiooni järku kasvades kahaneb kiiritustihedus kiiresti. Milline on  $m$ -nda järku kiiritustihedus, sõltub suhtest  $b/d$ : kui  $(b/d)m = m'$ , kus  $m'$  on täisarv, saab kiiritustihedus võrdseks nulliks.

Valemi (1.13) alusel arvatud kiiritustiheduse jaotus difraktsioonipildis nelja pilu korral on toodud joonisel 1.10c.

## 2. PRAKTILISED TÖÖD

### 2.1. Fraunhoferi difraktsioon ühe pilu korral

#### 2.1.1. Tööülesanne

Pilu laiuse kaliibrimine difraktsioonipildi järgi. Kiiritustiheduse jaotuse määramine difraktsioonipildis, võrdlus teooriaga.

#### 2.1.2. Katsevahendid

He-Ne laser ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  või  $\lambda = 543,5 \text{ nm}$ ), reguleeritava laiusega pilu, kiiritustihedust registreeriv seade.

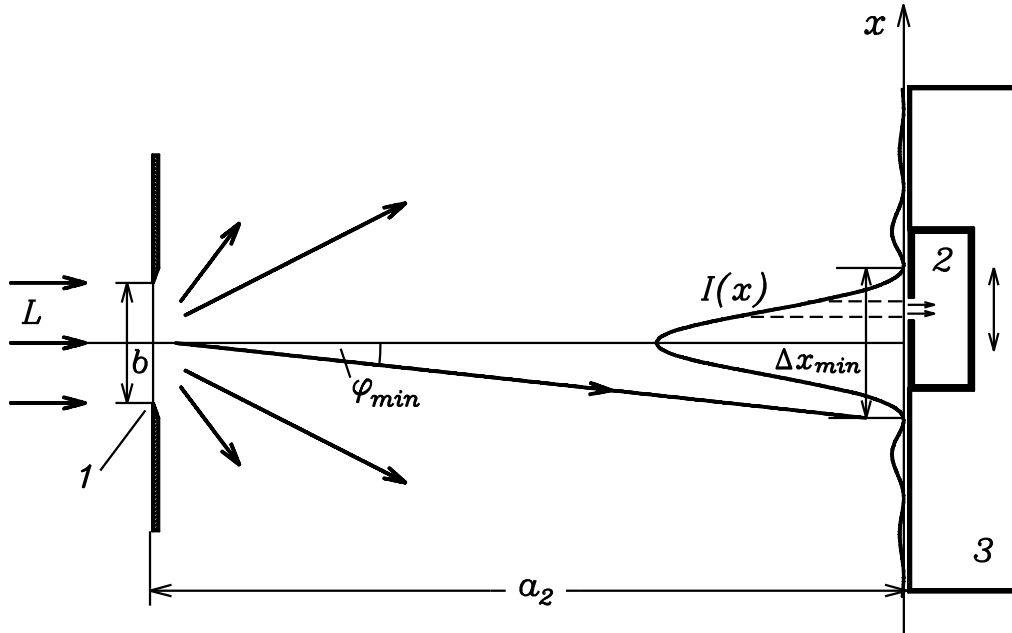
#### 2.1.3. Vajalikud eelteadmised

Valguse koherentsus, Huygeni-Fresneli printsiip, Fraunhoferi difraktsioon ühe pilu korral.

#### 2.1.4. Töö käik

##### 2.1.4.1. Katseseadme kirjeldus

Katseseadme põhimõtteline skeem on toodud joonisel 2.1.



Joonis 2.1.

Laserist langeb vertikaalsele reguleeritava laiusega pilule 1 paralleelne kiirtekimp  $L$ . Pilu 1 laiust  $b$  muudetakse trumli abil. Pilu laiust seatakse trumli abil, mille reguleerimisulatus on 0 – 0,4 jaotiseni. Trumli ühele täispöördele vastab 0,1 jaotist. Kuna trumli ringskaala on

omakorda jaotatud sajakaks osaks, siis on trumli vähim jaotis 0,001 põhijaotist. Horisontaalset difraktsioonipilti kaugusel  $a_2$  pilust saab jälgida kas paberist ekraanil või registreerida kiirguse vastuvõtjaga 2. Vastuvõtja on monteeritud vankrikesele 3, mida saab liigutada pikki difraktsioonipilti. Vastuvõtjaks on fotodiod, mille ees on pilu laiusega 0,2 mm. Fotodiod on ühendatud operatsioonvõimendiga. Seadme väljundpinge on võrdeline diodile langeva valguse kiiritustihedusega väljundpingeni 12 V. Kiiritustiheduse jaotust difraktsioonipildis registreeritakse XY-isekirjuti abil. Isekirjuti  $x$ -sisendisse antav signaal fikseerib vastuvõtja asendi ja  $y$ -sisendisse antav signaal on võrdeline kiiritustihedusega vastuvõtja antud asukohas.

#### 2.1.4.2. Eksperiment

Katse algul tuleb tutvuda katseseadmega ja kontrollida seadme justeerimist. Selleks lülitame sisse laseri. Ideaalsel juhul võiks laserikiir olla risti pilu tasandiga, s.t. pilult tagasipeegeldunud kiir leviks samas sihis pealelangeva kiirega, kuid sel juhul laseri väljundpeeglit omakorda tagasipeegeldunud kiir moonutaks esialgse difraktsioonipildi. Seepärast peab pilu tasand olema seatud veidikene kaldu, nii et laserilt tagasipeegeldunud kiir ei satuks vastuvõtjasse.

Järgnevalt kirjeldage protokollis, kuidas muutuvad tsentraalse maksimumi laius ja miinimumide vaheline kaugus pilu laiuse muutmisel.

Esmalt kaliibrime pilu laiuse, s.t. leiame vastavuse trumli näidu ja pilu laiuse vahel. Mõõtmisteks asetage vastuvõtja pilust kaugusele  $a_2$ . Mõistlik on valida kaugus  $a_2$  piirides 0,2 – 0,5 m. Selle kauguse täpseks määramiseks kasutage kaliibritud mõõtevarrast. Asetage mõõtevarras pilumehhanismi tagakülje ja ekraani vahele ja fikseerige ekraaniga ratsuri asend optilisel siinil oleva mõõtelindi abil. Täpse vahemaa saamiseks lisage pilumehhanismi paksus 20 mm. Nüüd on teada kindlale pilu ja ekraani vahelisele kaugusele vastav ratsuri asend, mida teades saab nihutada ekraani soovitud kaugusele  $a_2$  pilust. Samuti peab olema määratud vastavus X-koordinaadi ja temale vastava voltmeetri pinge vahel. Peab arvestama, et pinge muutus piki X-telge ei pruugi olla lineaarne.

Leidke madalamat järku (1.–3. järk) sümmeetriliste difraktsioonimiinimumide asukohad vähemalt 10 erineva pilu laiuse jaoks trumlijaotiste vahemikus 0,000 (või – 0,005) kuni 0,060 – 0,070 sammuga 0,005 jaotist. Selleks võib nad märkida algul pliatsiga paberile ja seejärel mõõta sama järku difraktsioonimiinimumide vahelised kaugused  $\Delta x_{\min}$  nihikuga pilu erinevate laiuste korral ning arvutada vastava pilu laiuse nagu on selgitatud alalõigus 2.1.4.3.

- Kiiritustiheduse jaotuse  $I(x)$  piki  $x$ -telge (joonis 2.1) määratakse kiirguse vastuvõtjaga. Täpse kauguse  $a_2$  pilust fotodiodini leidmiseks kasutage mõõtevarrast nagu eelmise ülesande juures, millele lisage kaugus vastuvõtja karbi esiseinast fotodiodini 5 mm. Seejärel registreerige kiiritustiheduse jaotus kaliibritud trumlinäitade vahemikus kolme pilu laiuse (kitsa, keskmise ja laia) korral nihutades vastuvõtjat piki X-suunda. Kitsaima pilu laiuse valik on piiratud tingimusega, et mõlemad esimest järku maksimumid ületaksid selgelt mõõtesüsteemi müranivood.

Praktikumitöös tuleb registreerida kiiritustiheduse jaotus difraktsioonipildis, mis esitatakse X-Y koordinaadistikus ja võrrelda seda teoreetiliselt arvatud kiiritustiheduse jaotusega.



Kiiritustihedus esitatakse Y-teljel ja difraktsiooninurk/kaugus difraktsioonpildi keskpunktist X- teljel.

Kiiritustiheduse jaotuse saamiseks skaneeritakse fotodetektorit piki difraktsioonpilti ja registreeritakse detektori fotovool/-pinge, mis on heas lähenduses võrdeline valguse kiiritustihedusega vastavas difraktsioonpildi osas. X-koordinaadiga on vastavuses skaneerimisseadme nihkemehhanismiga ühendatud lineaarse potentsiomeetri liugkontaktilt registreeritud pinge. Selle potentsiomeetri lineaarsust – takistuse/pinge muutumise võrdelisust nihkega tuleb kontrollida ja vajadusel erinevus lineaarsusest hilisemas andmetöötluses arvesse võtta.

NB! Trumli pööramismehhanismi lõtku tõttu tuleb mõõtmiste käigus trumlit pöörata ainult ühes suunas!

Nii kiiritustihedusele kui ka nihkele vastavad pinged mõõdetakse multimeetritega Meterman 38XR, mõõtmisandmete lugemine ja salvestamine arvutisse toimub tarkvaralahenduse “Difraktsioonikatse juhtprogramm” abil.

Selleks tuleb:

1. Lülitada sisse mõlemad multimeetrid ja valida pöördlüliti abil alalispinge mõõterežiim – **V** ja kollase nupu vajutusega puht alalisrežiim **DC**.
2. Valida lüliti “**range**” abil mõõtepiirkond vajutades seda korduvalt, kuni koma ekraanil vastab asendile **0.000V**. Mõõdetavad intensiivsusele ja nihkele vastavad pinged ei tohiks katse käigus ületada 10 volti. Kui kiiritustihedusele vastav pinge ületab seda, siis hakkab fotodetektor jõudma mittelineaarsesse piirkonda ja tuleks valida difraktsioonpildi registreerimiseks teistsugused seaded või kasutada valgust nõrgendavaid filtreid. Kõrvalmaksimume võib vajadusel registreerida ka multimeetri suurema tundlikkusega piirkondadel.
3. Valida ekraani menüüdest “**X-telg**”, “**Y-telg**” ning neile telgedele vastavad multimeetrid. Mõistlik on nendes menüüdes määrata ka telgede ulatused. Multimeetrite ja arvuti vahelise andmevahetuse loomiseks vajutada multimeetri nuppu “**RS232**”.  
Kui senised tegevused on olnud õiged ja sobivad, siis ilmub ekraanile teade: “**Seaded õiged**” ja tööd saab jätkata. Võib pingestada fotodetektorit.
4. Mõõtmiste alustamiseks klõpsata hiirega menüüklahvil “**Alusta**”. Mõõteakna servad tõmbuvad punaseks ja arvuti on valmis multimeetri näitused vastu võtma.
5. Difraktsioonpildi registreerimiseks skaneeritakse fotodetektoriga pildi ühest servast teise liikudes mehhanismi loksu vältimiseks ühe difraktsioonpildi registreerimisel kogu aja ühes suunas. Kui esmalt on vaja fotodetektoriga liikuda mehhanismi ühte serva, siis saab ekraanile tekkinud ja vastavas mälu puhvris oleva punktide kogu puhastada klõpsates klahvile “**Alusta uuesti**”. Toimub ekraani ja puhvri värskendamine.  
Multimeetri näitused loetakse arvutisse mitte sagedamini kui iga 0.5 sekundi järel. Multimeetrid pole ka omavahel sünkroniseeritud, s.t. X- ja Y-koordinaadile vastavad lugemid loeb arvuti teineteisest sõltumatult eri ajahetkedel. Seega tuleks skaneerimiskiirus (mis reeglina on üsna aeglane) valida selline, et kiiritustihedust mõõtva multimeetri näidu muutused saaks registreeritud piisava tihedusega. Siin võib abi olla sellest kui lülitada ekraanil sisse mõõtepunktide kuvamise režiim.
6. Registreeritud kõvera saab salvestada arvutisse menüüst “**Fail**”. Andmefaili nimeks sobib soovituslikult tegija enda nimega seotud nimetus. Arvuti lisab automaatselt

laiendi “.txt”. Peab arvestama, et järgmise difraktsioonpildi täpselt sama nimega salvestamisel kirjutab arvuti eelmise faili hoiatamata üle.

7. Uute seadetega järgmise difraktsioonpildi registreerimiseks tuleb taas klõpsata “Alusta” ja vajadusel ka “Alusta uuesti” ja korrata tegevusi kuni kõik soovitud difraktsioonpildid on salvestatud.
8. Hilisemaks andmetötluseks saab salvestatud andmed saata üle interneti oma kodukataloogi.

## **TÖÖ LÕPETAMISE JÄREL LÜLITA MULTIMEETRID VÄLJA!**

### **2.1.4.3. Mõõtmistulemuste töötlemine**

- Esmalt kaliibrige pilu, s.t leidke vastavus trumli näidu ja pilu laiuse vahel kasutades difraktsioonimiinimumi tingimust (1.10) ühe pilu korral:

$$b \sin \varphi = m\lambda. \quad (2.1)$$

Vahetult mõõdetud suurusteks on kahe sama järku miinimumi vaheline kaugus  $\Delta x_{\min}$  ja kaugus pilust ekraanini  $a_2$ . Vastavalt joonisele 2.1 saame, et

$$\tan \varphi_{\min} = \frac{\Delta x_{\min}}{2a_2},$$

ning lõpliku valemi pilu laiuse  $b$  arvutamiseks:

$$b = \frac{m\lambda}{\sin \varphi_{\min}} = \frac{m\lambda}{\sin \left( \arctan \frac{\Delta x}{2a_2} \right)}. \quad (2.2)$$

Arvutage ja esitage graafikuna pilu laiuse sõltuvus trumli näidust  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$  jaoks. Leidke parim lähendussirge vähimruutude meetodil.

- Teiseks, teooria järgi suhtuvad erinevat järku maksimumide kiiritustihedused nagu  $I_0 : I_1 : I_2 : I_3 = 1 : 0,047 : 0,017 : 0,008$ . Leidke nende maksimumide suhe registreeritud kõveratest, normides tsentraalse maksimumi väärtuse üheks. Kas on märgata mingit seaduspärast erinevust teoreetilisest suhtest sõltuvalt pilu laiusest?
- Kolmandaks, võrrelge kiiritustiheduse  $I(x)$  teoreetilist sõltuvust registreeritud jaotusega kitsa, keskmise ja laia pilu korral.
- Lõpuks, kasutades “praktilise” lõpmatuse tingimust (1.6)  $a_2 \gg \frac{b^2}{\lambda}$ , hinnake, kas Fraunhoferi difraktsiooni kriteeriumid on piisavalt rahuldatud antud katsetingimustes. Leidke täiendavaid poolt ja vastu argumente registreeritud  $I(x)$  kõveratest või arvutustulemustest.

### **2.1.5. Küsimused ja ülesanded**

1. Formuleerige Huygeni-Fresneli printsiip.
2. Kirjeldage Huygeni-Fresneli printsiibi rakendamist Fraunhofer difraktsiooni korral ühelt pilult.

3. Kuidas muutub tsentraalse maksimumi laius pilu laiuse suurendamisel?
4. Kummal juhul on Kuule suunatud laseri kiirtekimbu laik Kuu pinnal suurem: a) kimbu diameeter laserist väljudes on 10 mm; b) kimbu diameeter on 10 cm?  
Tehke arvuline hinnang.
5. Millise pilu laiuse korral on jälgitav vaid tsentraalne maksimum?
6. Asetsegu pilu ekraanist 10 cm kaugusel. Milline peab olema pilu minimaalne laius, et 10 % täpsusega oleks  $m = 1$  jaoks täidetud tingimus  $\sin \varphi \approx \varphi$ ?
7. Olgu pilu laius 0,05 mm. Kui kaugel peab asuma ekraan, et tsentraalse maksimumi laius oleks 3 cm ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ )?
8. Hinnake inimese silmaava läbimõõtu, kui on teada, et silm on võimeline eristama esemeid, mille vaheline nurkkaugus on  $1'$ .
9. Kirjeldage difraktsioonipilti, kui pilule langeb kaks monokromaatilist tasalainet lainepikkustega  $\lambda_1 = 450 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 643 \text{ nm}$ .
10. Pilu valgustamisel punase valgusega ( $\lambda = 690 \text{ nm}$ ) on tsentraalse maksimumi laius ekraanil 4 mm. Kuidas peab muutma pilu laiust, et pilu valgustamisel roheline valgusega ( $\lambda = 508 \text{ nm}$ ) tsentraalne maksimum jääks sama laiaks?

## Spektraalriista pilu laiuse määramine difraktsioonipildi järgi

### 2.2.1 Tööülesanne

Tutvumine Fraunhoferi difraktsiooniga ühe pilu korral. Spektraalriista sisendpilu laiuse määramine.

### 2.2.2. Katsevahendid

Monokromaator YM-2 ( $f_1 = 280$  mm,  $D = 45$  mm), valgusallikas koos filtriga ( $\lambda = 546,1$  nm), kondensorlääts, kaksipilu (pilude vaheline kaugus  $d = (10,7 \pm 0,1)$  mm).

### 2.2.3. Vajalikud eelteadmised

Valguse koherentsuse mõiste, Huygeni-Fresneli printsiip, Fraunhoferi difraktsioon ühe pilu korral, vt 1.1, 1.2.

### 2.2.4. Töö käik

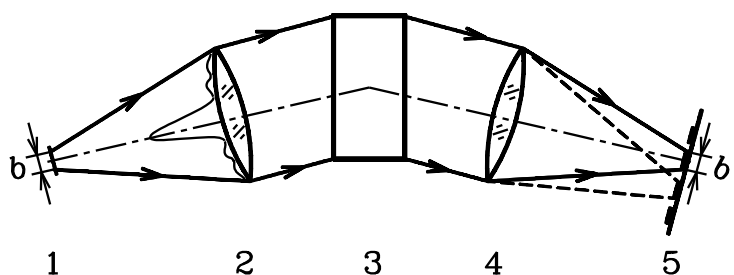
#### 2.2.4.1. Eksperimendi teoreetilised alused

Spektraalriista ülesandeks on liitvalguse lahutamine üksikuteks monokromaatilisteks komponentideks, s.o spektriks. Suur osa spektraalriistu kuulub nn piluriistade klassi (joonis 2.2). piluriistadel on sisendavaks pilu ja spekter on sisendpilu monokromaatiliste kujutiste jada.

Mida kitsam on sisendpilu kujutise laius väljundobjektiivi fokaaltasandis, seda lähedasemaid lainepikkusi suudab spektraalriist lahutada. Geomeetrilise optika lähenduses on

monokromaatilise kujutise laius  $b' = b \frac{f_2}{f_1}$ . Tegelikult sõltub kujutise laius aga paljudest

faktoritest ja tema teoreetiline alampiir on määratud difraktsiooniga.



**Joonis 2.2.** Spektraalriista põhimõtteskeem: 1 – sisendpilu laiusega  $b$ ; 2 – kollimaatori objektiiv fookuskaugusega  $f_1$ ; 3 – disperseeriv element; 4 – väljundobjektiiv fookuskaugusega  $f_2$ ; 5 – spekter (pilu geomeetrilise kujutise laius  $b'$ ). Monokromaatori YM-2 korral on disperseerivaks elemendiks prisma.

Difraktsioon sisendpilul põhjustab kiiritustiheduse ümberjaotumise ruumis. Seetõttu võib jälgida mistahes tasandis sisendpilu ja väljundobjektiivi fokaaltasandi vahel difraktsioonipilti (joonis 2.2). Kui pilule langeb monokromaatiline tasalaine, siis kiiritustiheduse jaotus sõltuvalt difraktsiooninurgast  $\varphi$  on määratud seosega (1.9), miinimumide asukohad leiame valemist (1.10). Neist valemeist järeldub, et pilu laiuse vähenemisega kaasneb tsentraalse maksimumi laienemine, viimasesse aga on praktiliselt koondunud kogu pilu läbinud valgusvoog. Seetõttu on energeetilisest seisukohast pilu laiuse alampiiriks otstarbekas võtta selline laius, mil tsentraalse maksimumi laius on võrdne kollimaatori objektiivi diameetriga. Sel juhul satuvad esimest järku miinimumid kollimaatori objektiivi äärtele. Sellisele olukorrale vastavat pilu laiust nimetatakse normaallaiuseks.

Niisiis, pilu normaallaiuse korral on pilu kujutise geomeetiline laius võrdne tsentraalse maksimumi laiusega.

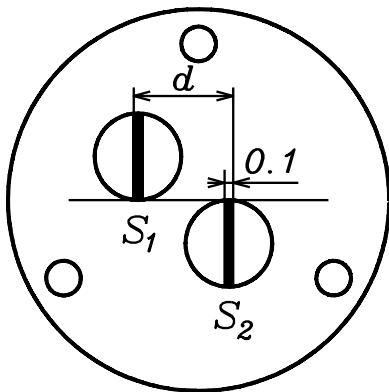
Kuna difraktsiooninurk on väike, s.t  $\sin \varphi \approx \varphi$ , siis saame valemist (1.10) esimest järku miinimumide jaoks seose:  $\varphi = \lambda / b$ ; joonise 2.2 põhjal aga  $\varphi = D / 2f_1$  ja seega pilu normaallaius avaldub:

$$b_N = 2\lambda \frac{f_1}{D}. \quad (2.3)$$

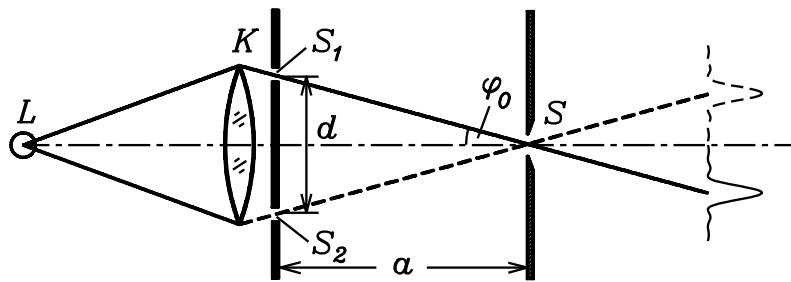
Kui  $b > b_N$  siis võime väljundobjektiivi fokaaltasandis näha rohkem kui üht difraktsioonimaksimumi.

Selleks, et täielikult kasutada spektraalriista võimalusi, aga ka paljude muude mõõtmiste korral, on vaja täpselt teada sisendpilu laiust. Üks täpsemaid pilu laiuse määramise mooduseid baseerub valemil (1.9), kust järeldub, et teades antud nurga  $\varphi$  piires olevat miinimumide arvu  $m$ , saab arvutada sisendpilu laiuse.

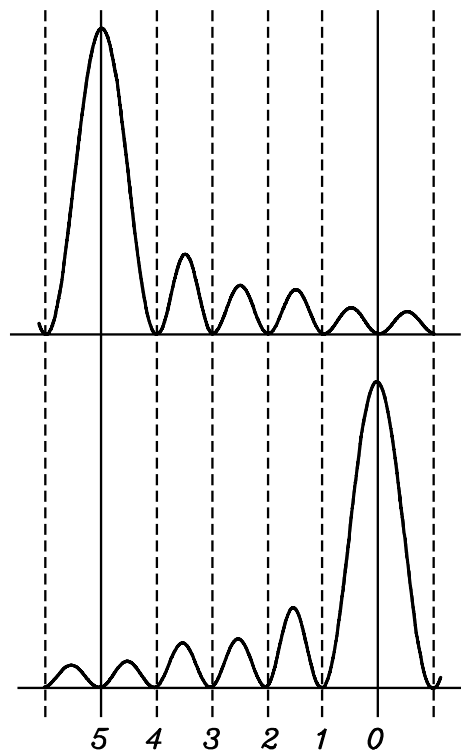
Selleks, et leida antud nurgale  $\varphi$  vastavate miinimumide arvu, kasutatakse joonisel 2.3 toodud kaksikpilu. Kaksikpilu moodustavad kaks kitsast (laiusega  $\approx 0,1$  mm) erinevatel kõrgustel paiknevat pilu, millede vahekaugus  $d$  on teada. Ketas, millel pilud paiknevad, on kinnitatud kondensorlääts külge. Kondensorlääts  $K$  abil tekitatakse valgusallika  $L$  terav kujutis sisendpilu  $S$  tasandis (joonis 2.4). Pilud  $S_1$  ja  $S_2$  lõikavad lääts  $K$  läbinud laine frondist välja kitsad osad, seetõttu on nad mõlemad koherentseks valgusallikaks. Neist lähtuvad lained difrakteeruvad sisendpilul  $S$  ja väljundobjektiivi fokaaltasandis tekib kaks eri kõrgusel paiknevat ühe pilu difraktsioonipilti (joonis 2.5).



**Joonis 2.3.** Kaksikpilu konstruktsioon.



**Joonis 2.4.** Difraktsioonipildi tekkimine kaksipilu korral (pealt vaade):  $L$  – valgusallikas;  $S_1, S_2$  – kaksipilu;  $S$  – spektraalriista sisendpilu;  $K$  – kondensorlääts.



**Joonis 2.5.**

Antud juhul on meil tegemist olukorraga, kui tasalaine langeb pilule kaldu nurga  $\varphi_0 = d/a$  all, miinimumide asukoht on seega arvutatav seosest (1.11). Nurk  $\varphi_0$  on väike, mistõttu mõlemad difraktsioonipildid on sümmeetrilised oma tsentraalsete maksimumide suhtes. Sellisel juhtumil on tsentraalsete maksimumide nurklaius  $2\lambda/b$ ,  $m$  ja  $m+1$  järku miinimumide vaheline nurkkaugus aga  $\lambda/b$ . Suvalise pilu laiuse korral ei asetse ülemise ja alumise difraktsioonipildi miinimumid (seega ka maksimumid) kohakuti. Muutes sisendpilu laiust, võime saavutada olukorra, kus ühe pildi miinimumid on kohakuti teise pildi miinimumidega, nagu on kujutatud joonisel 2.5. Kui miinimumide arv tsentraalsete

maksimumide vahel on  $z$ , siis ühe difraktsioonipildi tsentraalne maksimum on kohakuti teise pildi  $z + 1$  miinimumiga ja seega vastavad nurkkaugused on võrdsed

$$\frac{d}{a} = (z + 1) \frac{\lambda}{b},$$

kust on kerge avaldada pilu laius

$$b = \frac{(z + 1) \lambda a}{d}. \quad (2.4)$$

Valemist (2.4) võib arvutada  $b$ , kui on antud konstandid  $a$  ja  $d$  ning leida eksperimendist  $z$ .

#### 2.2.4.2. Eksperiment

Eksperimendis kasutatakse monokromaatorit YM-2. Mõõtmisteks tuleb monokromaatori väljundpilu eemaldada. Väljundobjektiivi fokaaltasandis olevat difraktsioonipilti jälgitakse visuaalselt.

Monokromaatori sisendpiluks on mikromeetiline pilu, mille laiust saab muuta trumli abil. Trumlile on kantud jaotised. Pilu saab reguleerida 0 – 0,4 jaotiseni. Ühele trumli täispöördele vastab 0,1 jaotist. Kuna nihkele 0,1 jaotist vastab omakorda 100 jaotist trumli pöördskaalal, siis on vähim jaotis 0,001 põhijaotise osa.

- Sisendpilu kaliibrimiseks peame teadma kaugust  $a$  sisendpilu ja kaksikpilu vahel. Selle mõõtmiseks kasutame mõõtevarda abi. Fikseerige kaksikpilu hoidja asendi näit  $x_0$  siinil oleval joonlual, kui mõõtevarras on sisendpilu ja kaksikpilu vahel. Näidu  $x_0$  alusel saate täpselt mõõta mõõtevarda pikkusest erinevaid kaugusi  $a$ .
- Lülitage sisse lamp. Esmalt tuleb saavutada olukord, kus sisendpilu on ühtlaselt valgustatud. Selleks tuleb kondensorläätsede koos hoidjaga nihutada pikki siini ja kallutada hoidjat reguleerimiskruvide abil. Lõplik justeerimine tuleb teha difraktsioonipilti jälgides – korralikult justeeritud seadme korral on selgelt nähtavad mõlemad difraktsioonipildid.
- Kuna pilu laiuse muutmise mehaanilise süsteem ei ole lõtkuvaba, siis tuleb mingit mõõtmisseriesiat tehes pöörata trumlit vaid ühes (avamise või sulgemise) suunas. Mõõtmisi alustame antud katses maksimaalsest miinimumide arvust kahe tsentraalse maksimumi vahel (nt  $z = 10$ ), ja pöörates trumlit pilu sulgemise suunas, liigume kuni väärtuseni  $z = 2$ , samaaegselt fikseerides trumli näidu iga  $z$  korral. Seejärel leiame trumli näidu, mis vastab pilu normaallaiusele. Siis vähendame pilu laiust kuni valguse kadumiseni, fikseerime vastava trumli näidu. Määrame veelkord pilu normaallaiuse pöörates seekord trumlit pilu avanemise suunas.  
Pilu tuleb kalibreerida kahe erineva  $a$  väärtuse korral.
- Pilu reguleerimismehhanismi lõtku määramiseks tuleb trumlit pöörata vaheldumisi avamise ja sulgemise suunas, mõlemal juhul saavutades olukorra, kus miinimumide arv tsentraalsete maksimumide vahel oleks sama. Lõtku tõttu tuleb trumli näit mõlemal juhul erinev. Näitude vahe annabki mehaanilise süsteemi nn surnud käigu. Lõtku täpsemaks määramiseks ja vastava mõõtemääramatuse hinnanguks tuleb teha kordusmõõtmisi.
- Pilu null-laiusele vastava trumlinäidu täpseks määramiseks tuleb kaksikpilu asetada suvalisele kaugusele laialt avatud sisendpilust. Seejärel tuleb pilu laiust reguleerida

kitsamaks ja registreerida trumli näit igal kord, kui  $z$  muutub kahe võrra. Valemist (2.4) saame

$$b_z - b_{z-2} = \frac{2\lambda a}{d}.$$

See vahe tuleb lahutada trumli näidust, kui meil on selline pilu laius, mis vastab olukorrale  $z = 1$ . Vahe määrab pilu null-laiuse.

- Pilu kalibreerimiskõver esitage kujul  $b = f(\text{trumli näit})$  eraldi mõlema kauguse  $a$  jaoks, samuti trumli erinevate pööramissuundade jaoks. Kaliibrimisgraafikut lähendada regressioonisirgega.
- Kaliibrimissirge alusel leidke pilu normaallaius ja võrrelge teooriast arvatutuga. Võrrelge lõtku, mis saadud erinevate meetoditega. Kõigi mõõdetud suuruste korral hinnake määramatust.

### 2.2.5. Küsimused

1. Millist pilti me näeme monokromaatori väljundis, kui eemaldada kaksikpilu?
2. Arvutada miinimumide ( $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ) paiknemiskohad juhul, kui  $\varphi = 30^\circ$ . Kas sellisel juhul meie meetod pilu laiuse määramiseks on rakendatav?
3. Suhe  $d/a$  peab olema väiksem kui kollimaatori objektiivi suhteline ava  $D/f_1$ . Miks?



## 2.3. Õhu murdumisnäitaja rõhust sõltuvuse määramine

### 2.3.1. Tööülesanne

Tutvumine Rayleigh' kahekiirelise interferomeetriga. Õhu murdumisnäitaja rõhust sõltuvuse uurimine. Õhu molekulide polariseeritavuse määramine.

### 2.3.2. Katsevahendid

Interferomeeter ИТП-1 (küvetide pikkus  $l = 100,0$  cm, pilude laius 2 mm, pilude vaheline kaugus 14 mm), U-manomeeter õhurõhu mõõtmiseks (vedeliku tihedus  $\rho = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>), seadeldis õhurõhu suurendamiseks küvetis, baromeeter, termomeeter.

### 2.3.3. Vajalikud eelteadmised

Kahekiireline interferents, Fraunhoferi difraktsioon kahe pilu korral, dielektrikud elektriväljas.

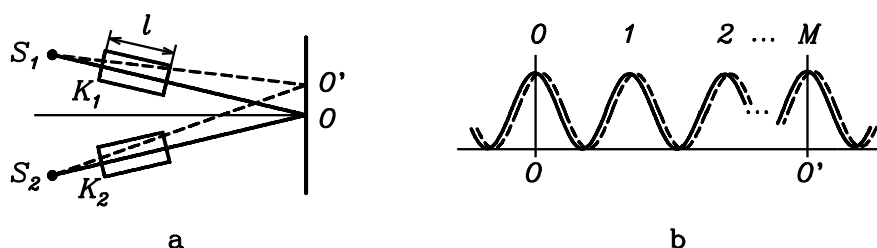
### 2.3.4. Töö käik

#### 2.3.4.1. Eksperimendi teoreetilised alused

Rayleigh' interferomeeter on kahekiireline interferomeeter, mida kasutatakse gaaside murdumisnäitaja määramiseks. Murdumisnäitaja määramist kahekiirelise interferomeetriga selgitame joonise 2.6 abil.

Olgu valgusallikad  $S_1$  and  $S_2$  koherentsed. Neist lähtuvad kiired läbivad küvette pikkusega  $l$  ja interfereeruvad. Kui keskkondade murdumisnäitajad küvettides on võrdsed, siis null-järku interferentsimaksimum tekib süsteemi sümmeetriateljel punktis  $O$ . Kui muuta küvetis  $K_1$  oleva keskkonna murdumisnäitajat  $\Delta n$  võrra, muutub optiline käiguvahe  $l\Delta n$  võrra ja null-järku maksimum nihkub punkti  $O'$ . Kui nihke suurus on  $M$  riba, siis  $M\lambda = l\Delta n$ , kust murdumisnäitaja muutus avaldub

$$\Delta n = \frac{M\lambda}{l}.$$

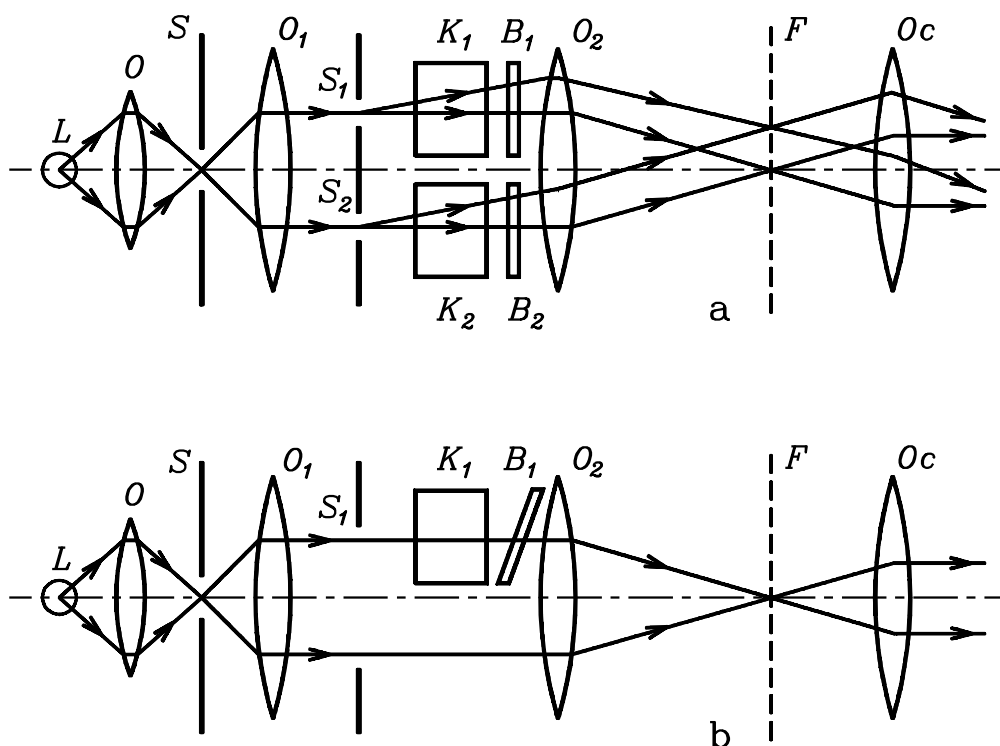


**Joonis 2.6.** a – Rayleigh' interferomeetri põhimõtteline skeem; b – idealiseeritud interferentsipilt.

Koherentsed valgusallikad  $S_1$  and  $S_2$  saadakse Rayleigh' interferomeetris (joonis 2.7) lainefronti jagamise teel.

Hõõglambist  $L$  väljuv valgus koondatakse läätsel  $O$  abil pilule  $S$ , mis on koherentseks valgusallikaks. Pilt  $S$  asub läätsel  $O_1$  fokaaltasandis, seega langeb piludele  $S_1$  ja  $S_2$  tasalaine. Piludest  $S_1$  ja  $S_2$  väljuvad lained on koherentsed ja tasandis  $F$ , mis on läätsel  $O_2$  fokaaltasandiks, jälgime Fraunhoferi difraktsiooni kahe pilu korral.

$N$  pilu korral on kiirustihedus suunas  $\varphi$  määratud seosega (1.13), vt ka joonis 1.10. Kuna kõrvalmaksimumide arv kahe peamaksimumi vahel on  $N - 2$ , siis kahe pilu korral eksisteerivad vaid peamaksimumid (joonis 2.8).



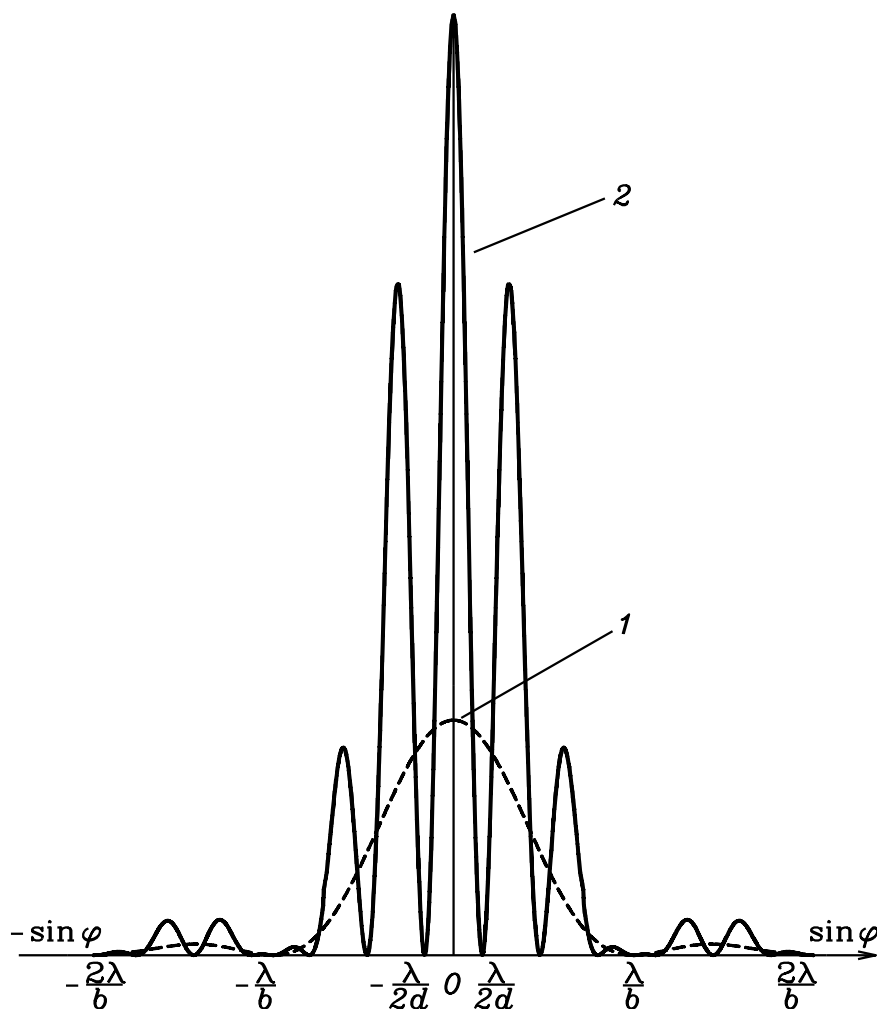
**Joonis 2.7.** Rayleigh' interferomeetri ehitus: **a** – interferomeetri horisontaallõige; **b** – interferomeetri vertikaallõige:  $L$  – valgusallikas,  $O$  – lääts,  $S$  – pilu,  $O_1$  – lääts tasalaine saamiseks,  $S_1, S_2$  – pilud,  $K_1, K_2$  – küvetid,  $B_1, B_2$  – kompensaatori plaadid,  $O_2$  – lääts, mille fokaaltasandis  $F$  tekib difraktsioonipilt,  $O_c$  – okulaar.

Peamaksimumide arv, mida saame jälgida ühe pilu difraktsioonipildi tsentraalse maksimumi ulatuses (s.t vahemikus  $-\frac{\lambda}{b} \leq \sin \varphi \leq \frac{\lambda}{b}$ ), on määratud suhtega  $b/d$ . Kuna nii peamaksimumide kui ka miinimumide asukohad sõltuvad lainepikkusest ja valgus tuleb hõõglambist, siis on kõik maksimumid, v.a null-järku maksimum, värviliste servadega.

See asjaolu annab võimaluse kasutada null-järku peamaksimumi optilise süsteemi algasendi (punkt  $O$  joonisel 2.6) fikseerimiseks: pilud  $S_1$  ja  $S_2$  on pikad, nende ülemisest osast tulev

valgus läbib küvette  $K_1$  ja  $K_2$ , alumisest osast lähtuv valgus küvette ei läbi vaid jõuab läätseni  $O_2$  küvettide alt. Seetõttu tekib tasandis  $F$  kaks difraktsioonipilti: ülemisele vastab küvette läbinud valgus, alumisele – küvettide alt levinud valgus. Kui muuta ühes küvetis rõhku, siis toimub ülemise difraktsioonipildi nihkumine alumise suhtes.

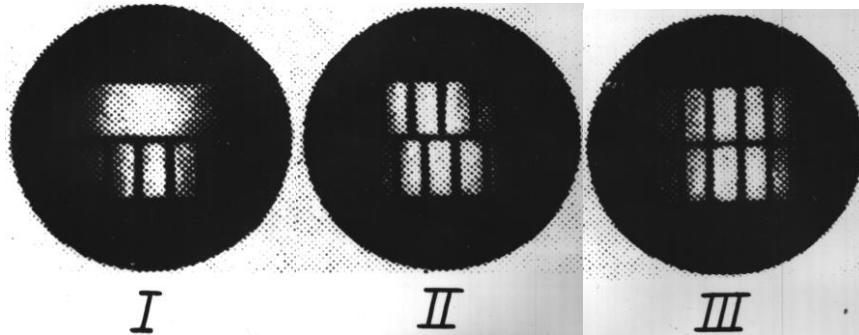
Pilude vahekaugus  $d$  on suhteliselt suur, seetõttu on nurkkaugus peamaksimumide vahel väike ja difraktsioonipiltide jälgimiseks tasandis  $F$  tuleb kasutada  $150\times$  suurendusega okulaari  $O_c$ . Joonisel 2.9 on toodud okulaariga jälgitavad pildid.



**Joonis 2.8.** Kiiritustiheduse jaotus valguse difrakteerumisel ühel pilul laiusega  $b$  (kõver 1) ja kahel pilul laiusega  $b$ , mis asetsevad teineteisest kaugusel  $d$  (kõver 2).

Murdumisnäitaja muutumise  $\Delta n$  praktiliseks määramiseks pole vaja otseselt loendada, mitme riba võrra nihkub ülemine difraktsioonipilt alumise suhtes. Sellel asemel määratakse rõhu muutusest tingitud käiguvahe muutus kompensatsioonimeetodil. Interferomeetris ИТП-1 on kaks tasaparalleelset klaasplaati  $B_1$  ja  $B_2$  (joonis 2.7). Plaadid on asetatud valguse tee

kaldu. Üks neist on liikumatu, teine aga pööratav ümber horisontaaltelje. Kui plaati pöörata, siis muutub tema kalle ja seega valguskiire teepikkus plaadis ning seetõttu muudetava rõhuga küvetti läbiva kiire optiline teepikkus. Plaati pööratakse okulaari lähedal paikneva mikromeetrilise kruviga kuni tsentraalsed maksimumid on kohakuti.



**Joonis 2.9.** Erinevatele optilistele käiguvahedele vastavad pildid: I – käiguvahet on suur; II – käiguvahet on väike; III – käiguvahet on null.

Kompensaator on eelnevalt kaliibritud monokromaatilise valgusallika ( $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ ) abil ja tulemused on esitatud graafikuna ning ruutpolünoomina (vt p 2.3.5), kus on antud optilise käiguvahet  $\Delta\lambda_{546,1} = M\lambda = l\Delta n$  sõltuvus kompensaatori kruvi lugemist.

Järgnevalt vaatame murdumisnäitaja määramist. Elektrikursusest on teada, et aine dielektriline läbitavus on esitatav kujul

$$\varepsilon = 1 + N\beta, \quad (2.5)$$

kus  $N$  – molekulide kontsentratsioon ja  $\beta$  – ühe molekuli polariseeritavus<sup>5</sup>. Molekulaarfüüsikast on teada seos rõhu  $P$  molekulide kontsentratsiooni vahel

$$P = NkT, \quad (2.6)$$

kus  $k$  – Boltzmanni konstant,  $T$  – absoluutne temperatuur.

Kuna murdumisnäitaja  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , siis kasutades seoseid (2.5) ja (2.6), saame

$$n^2 = 1 + \frac{\beta}{kT} P.$$

Gaaside korral  $n \approx 1$ , seetõttu võime kirjutada

$$n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1) \cong 2(n - 1),$$

$$n = 1 + \frac{\beta}{2kT} P. \quad (2.7)$$

Diferentseerides viimast tulemust, saame

<sup>5</sup> Õhk on paljude gaaside segu, seepärast on  $\beta$  õhu korral keskmistatud suurus  $\beta = \frac{1}{N} \sum_i \beta_i N_i$ ;  $\beta_i$  ja  $N_i$  – vastavalt  $i$ -ndat sorti molekulide polariseeritavus ja kontsentratsioon.

$$\Delta n = \frac{\beta}{2kT} \Delta P. \quad (2.8)$$

Registreerides sõltuvuse  $\Delta n = f(\Delta P)$ , saab sirge tõusust määrata polariseeritavuse  $\beta$  ja valemi (2.7) abil ka murdumisnäitaja sõltuvuse rõhust.

### 2.3.4.2. Eksperiment

Käesolevas töös on üks küvett avatud, seetõttu tuleb fikseerida atmosfäärirõhk ja temperatuur. Kummiballooni abil on võimalik suurendada rõhku teises küvetis, selle rõhu säilitamiseks tuleb kummivoolik sulgeda metallsulguruga. Nullise käiguvahe korral peavad mõlemad difraktsioonipildid paiknema kohakuti. Vastav kompensatori näit tuleb üles märkida.

Kui suurendada rõhku küvetis, nihkub ülemine difraktsioonipilt alumise suhtes. Pildid viiakse taas kohakuti kompensatori abil. Kompensatori näidule vastav optiline käiguvahe tuleb lugeda kaliibrimiskõveralt või arvutada lähendusvalemiga. Mõõtmistel kasutatud rõhkude koguarv olgu vähemalt 10 ja rõhud tuleb valida nii, et oleks haaratud kogu rõhkude võimaliku muutmise piirkond.

Sõltuvusest  $\Delta n = f(\Delta P)$  arvutada lineaarse regressiooni meetodil sirge tõus ja sellest õhu polariseeritavus ning seejärel, kasutades valemit (2.7), arvutada  $n = f(P)$ . Mõlemad sõltuvused,  $\Delta n = f(\Delta P)$  ja  $n = f(P)$ , esitada ka graafikutena.

### 2.3.5. Küsimused

1. Kuidas muutub jälgitavate peamaksimumide arv, kui pilu laiust suurendada kaks korda?
2. Püüdke hinnata pilude  $S_1$  ja  $S_2$  laiust. Pilude vaheline kaugus on 14 mm.
3. Milline peaks olema pilude vaheline kaugus, et difraktsioonipildid oleksid jälgitavad ilma luubita? Silm suudab eristada objekte, millede omavaheline kaugus on  $1'$ .
4. Püüa hinnata minimaalset rõhu muutust, mida on võimalik määrata Rayleigh' interferomeetriga.
5. Miks murdumisnäitaja on seotud polariseeritavusega? Mis põhjustab dipoolmomendi tekke?

### 2.3.6. Lisa

Rayleigh' interferomeetri kompensatori kalibreerimiskõver on lähendatud ruutpolünoomiga:

$$y = A_0 + A_1 \cdot x + A_2 \cdot x^2,$$

kus  $x$  – kompensatori kruvi lugem,

$y$  – optiline käiguvahe nanomeetrites.

Polünoomi kordajad ja nende standardhälbed:

$$A_0 = -1,192918 \times 10^3 \quad s_{A_0} = 13,2$$

$$A_1 = 1,974813 \times 10^3$$

$$s_{A1} = 2,02$$

$$A_2 = -6,9588984$$

$$s_{A2} = 0,0645,$$

mõõtmiste arv  $m = 94$ .

Käiguvahe  $y$  A-tüüpi määramatus usaldusnivool  $p$ :

$$u_{A,p}(y) = t_{m-3,p} \cdot \sqrt{s_{A0}^2 + s_{A1}^2 \cdot x^2 + s_{A2}^2 \cdot x^4},$$

kus  $t_{m-3,p}$  on  $t$ -e Studenti koefitsient.

## 2.4. Difraktsioon mitme pilu korral

### 2.4.1. Tööülesanne

Difraktsioonipildi põhiparameetrite määramine, katsetulemuste võrdlemine teooriaga.

### 2.4.2. Katsevahendid

He-Ne laser ( $\lambda = 632,8$  nm), kiirtekimbu laiendaja, alus piludega (2, 3, 4 ja 5 pilu; ühe pilu laius  $b \approx 0,04$  mm; pilude vaheline kaugus (periood)  $d = 0,125$  mm), laengusidestusega (CCD) jadavastuvõtja, personaalarvuti.

Kaugus polaroidi esipinnast kuni kiirguse vastuvõtjani  $l = 86,4(2)$  mm.

### 2.4.3. Vajalikud eelteadmised

Fraunhoferi difraktsioon mitme pilu korral, vt 1.3.

### 2.4.4. Töö käik

#### 2.4.4.1. Eksperimendi teoreetilised alused.

Kui paralleelsete pilude süsteemile langeb koherentne tasalaine, siis kirjeldab valguse kiiritustiheduse jaotust Fraunhoferi difraktsiooni korral valem (1.13):

$$I_{\varphi} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \left( \frac{\sin N\delta}{\sin \delta} \right)^2,$$

kus  $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ ,  $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$  ja  $\varphi$  on difraktsiooninurk,  $N$  pilude arv,  $b$  pilu laius ja  $d$  pilude periood. Joonisel 1.10 on esitatud  $I_{\varphi}$  sõltuvus  $\sin \varphi$ -st nelja pilu korral. Kui pilude arv  $N$  ei ole suur ( $N < 10$ ), siis on võimalik eksperimendis registreerida nii pea- kui ka kõrvalmaksimume. Vastavalt punktis 1.3 toodud analüüsile asetsevad peamaksimumid suundades, mille jaoks on täidetud tingimus

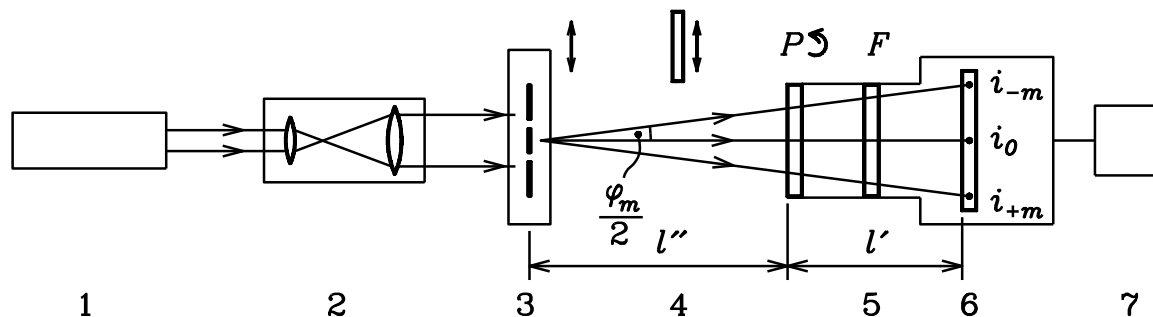
$$d \sin \varphi = m\lambda.$$

Kahe peamaksimumi vahel paikneb  $N - 1$  miinimumi ja  $N - 2$  kõrvalmaksimumi. Kiiritustihedus peamaksimumides on võrdeline  $N^2$ -ga, peamaksimumide laius aga on määratud suhtega  $\lambda / Nd$ , s.t konstantse  $\lambda$  ja  $d$  korral pilude koguarvu kasvades väheneb peamaksimumi laius.

#### 2.4.4.2. Katseseadme kirjeldus

Katseseadme skeem on toodud joonisel 2.10. Laserist 1 väljuv lineaarselt polariseeritud valgus langeb kiirtekimbu laiendajale 2, mis kujutab endast kahest läätsest koosnevat teleskoopilist süsteemi. Laiendaja tagab pilude ühtlase valgustamise. Raam piludega 3 kinnitub pilude alusele magnetribadega ja on nihutatav aluse suhtes. Pilude alus on nihutatav nii piki laseri kiirt kui ka temaga ristsuunas. Aluse nihutamine ristsuunas toimub vastava

kruvi abil. Difraktsioonipildi visuaalseks jälgimiseks saab difrageerunud kiirtekimbu teele paigutada ekraani 4. Vastuvõtjale langeva valguse nõrgendamiseks, aga samuti vältimaks kõrvaliste valgusallikate mõju, on vastuvõtja ees tuubus 5, milles on valgusfiltrist  $F$  (läbilaskvus ca 10 %) ja polaroid  $P$ .



**Joonis 2.10.** Katseseadme skeem: 1 – laser; 2 – laiendaja, 3 – pilude süsteem; 4 – ekraan; 5 – tuubus filtriga  $F$  ja polaroidiga  $P$ ; 6 – CCD vastuvõtja; 7 – arvuti;  $\phi$  – difraktsiooninurk;  $i_0, i_{+m}, i_{-m}$  – 0-järku peamaksimumi ja  $m$ -ndat järku peamaksimumide asendile vastavad CCD pikselid.

Pöörates polaroidi muutub nurk  $\phi$  tema läbilaskesuuna ja langeva valguse polarisatsioonitasandi vahel ning vastuvõtjani jõudva valguse kiiritustihedus  $I$  muutub vastavalt Malus'i seadusele  $I = I_0 \cos^2 \phi$ . Kiirguse vastuvõtjaks (tajuriks) 6 on laengusidestusega üherealine mälu maatriks e jadavastuvõtja (edaspidi: CCD, lühend ingliskeelsest terminist *charge coupled device*). CCD on pooljuhtmäluseadis, mis muundab langeva valguse elektriliseks signaaliks ja ühtlasi salvestab selle. CCD on orienteeritud horisontaalselt ja tema pikkus on  $\approx 25$  mm. Ta koosneb 2048 diskreetsest elemendist (pikslist), mille kõrgus on 2,5 mm. Iga pikseli mõõtediapasoon on jaotatud 4096 väärtustasemeks, mille ulatuses tema tundlikkus on konstantne (s.t kuvatav tasemete arv on võrdeline langeva valguse kiiritustihedusega). CCD on sidestatud arvutiga 7 ja tema tööd juhitakse programmiga ccd.exe (vt p 2.4.6. Lisa).

### 2.4.4.3. Eksperiment

Normaalselt on kasutatav katseseade justeeritud. Laser, kiirtekimbu laiendaja ja vastuvõtja on fikseeritud asendites ja mingit täiendavat justeerimist ei ole vaja teha.

- Lülitame sisse laseri ja arvuti. Arvuti kasutajanimiks on „kasutaja“. Arvuti tööprogramm tuleb käivitada ikoonist ccd.exe. Tööprogrammi detailsem selgitus on toodud lisa (p 2.4.6).
- Vastavalt CCD omapärale on vaja ta elemendid eelnevalt viia küllastusse. Selleks eemaldame raami piludega ja polaroidi pöörates suurendame CCD-le langevat valgusvoogu seni, kuni kõik pikslid on küllastuses. Sellele olukorrale vastab tasemete arv  $> 4000$ , mis esitatakse graafiku teljel ülalervas. Nüüd on CCD töökorras.



- Teeme kindlaks, millises järjekorras paiknevad pilud raamil ja paigutame raami alusele. Kasutades mõõtevarrast leiame vastavuse mõõdulindi skaala ja polaroidi esipinna ning pilude vahelise kauguse vahel. Asetame polaroidi ette ekraani ja nihutame pilude raami nii, et valgus langeks 5-st pilust koosnevale süsteemile. Jälgides difraktsioonipilti ekraanil, nihutame kruvi keeramisega piluhoidjat ja saavutame olukorra, mille puhul difraktsioonipilt ekraanil oleks võimalikult sümmeetriline. Nähtav pilt on viie pilu interferentsipilt, mis on moduleeritud ühe pilu difraktsioonipildiga (vrd joonisega 1.10). Mõõtmised viime läbi pilude kolmel kaugusel  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  vastuvõtjast, mil CCD mõõteulatusse mahub vähemalt ühe pilu difraktsioonipildi tsentraalne maksimum (soovitav vahemik  $300 < L < 5000$  mm, kus  $L = l' + l''$ ). Mõõtmisi alustame igal kaugusel 5 pilu süsteemist.
- Valime registreerimisviisi, kus registreeritavast signalist lahutatakse müra. Täpsemalt vt tööprogrammi ccd.exe kirjeldust [Lisas 2.4.6](#).
- Reguleerimiskruvi pöörates nihutame pilusid horisontaalsuunas ning jälgime samaaegselt ekraanil kuvatavat. Saavutame olukorra, kui signaal on maksimaalne ja difraktsioonipilt on enam-vähem sümmeetriline ning difraktsioonimiinimumid võimalikult teravad. Kui 0-järku peamaksimumi tipp on ära lõigatud (CCD on küllastunud), siis pöörates polaroidi nõrgendame CCD-le langevat kiirgust, nii et tipp muutuks teravaks ja tasemete arv oleks 3600-3800 ringis lahutatud müra korral.
- Salvestame registreeritava 5 pilu difraktsioonipildi .
- Muutmata polaroidi asendit sooritame 5 pilu mõõtmistega analoogilised mõõtmised 4, 3 ja 2 piluga, salvestades iga kord tulemused. Mida vähem on pilusid, seda suuremat rolli hakkavad mängima pilude valmistamise ebatäpsused, piludele sadestunud tolmu, ruumi foon ning ka CCD omamüra. Seetõttu suurenevad kõrvalekalded siledast kõverast.
- Analoogilised mõõtmised ja salvestused viime läbi kahel ülejäänud kaugusel  $L_2$  ja  $L_3$ . Alati alustame 5 pilu süsteemist ja muudame antud kaugusel tundlikkuse maksimaalseks polaroidi  $P$  pööramisega.
- Salvestatud mõõtmisefailid kopeerige mälupulgale või saatke oma e-postile.

#### 2.4.4.4. Tulemuste töötlemine

Teoorias on kiiritustihedus antud funktsioonina difraktsiooninurgast  $\varphi$  ( $\varphi$  – nurk pilude tasandi pinnanormaali ja vaatlussuuna vahel, 0-järku peamaksimumile vastab seega  $\varphi = 0$ ). Eksperimendis mõõdeti sõltuvus  $I = f(i)$ , kus  $i$  on CCD pikseli number. Eksperimendi ja teooria võrdlemiseks tuleb leida vastavus nurkmõõdu  $\varphi$  ja pikseli numbri  $i$  vahel. Selleks kasutame peamaksimumide tingimust

$$\sin \varphi = \left| m \right| \frac{\lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2$$

ja arvestame, et nurgad on väikesed, s.t.  $\sin \varphi \approx \varphi$ . Sel juhul on nurkkaugus kahe  $m$  järku peamaksimumi vahel  $\varphi_m = 2 \left| m \right| \frac{\lambda}{d}$ . Teisalt on difraktsiooninurk  $\varphi_m$  seotud peamaksimumide vahelise lineaarkaugusega  $\Delta x_m$  (vt joonis 2.10).

$$\tan \frac{\varphi_m}{2} \approx \frac{\varphi_m}{2} = \frac{\Delta x_m}{2L} \text{ ja siit } \Delta x_m = L\varphi_m = 2L|m|\frac{\lambda}{d}.$$

Suhe  $\Delta x_m / (i_m - i_{-m})$  annab pikseli suuruse  $\delta x$ . Kuna eksperimendis registreeriti peamaksimumide asukohad  $i_{-m}$  ja  $i_m$ , ( $|m|=1, 2$ ) kolmel kaugusel  $L$ , siis saame 6 erinevat väärtust  $\delta x$  jaoks, nende keskvaartuse võtame pikseli keskmiseks suuruseks. Difraktsiooninurga väärtusele  $\varphi = 0$  vastav pikseli number  $i_{\max}$  on

$$\frac{i_{-1} + i_{+1}}{2} \approx \frac{i_{-2} + i_{+2}}{2} \approx i_0.$$

**NB!**  $i_{\max}$  tuleb arvutada iga pilude süsteemi korral uuesti.

Nüüd saab difraktsiooninurga esitada eksperimendist määratud suuruste kaudu

$$\varphi = (i - i_{\max})\delta x / L.$$

Esitame eksperimentaalse sõltuvuse  $I = f(\varphi)$  kõigi pilude süsteemide jaoks ning joonistame ka vastavad teoreetilised sõltuvused (valem 1.13).

Täiendavalt joonistame graafiku 0-järku peamaksimumi kiiritustiheduse sõltuvusest pilude arvu ruudust ja 0-järku peamaksimumi nurklaiuse sõltuvuse pilude arvu pöördväärtusest.

Viimati mainitud graafikule lisame teoreetilise sõltuvuse  $\varphi = 2\frac{\lambda}{d} \cdot \frac{1}{N}$ .

#### 2.4.5. Küsimused

1. Valem (1.13) kirjeldab kiiritustiheduse jaotust juhul, kui pilusid valgustatakse koherentselt. Milline oleks kiiritustiheduse jaotus, kui pilusid valgustatakse mittekoherentse valgusega?
2. Millega on määratud registreeritavate peamaksimumide arv?
3. Kirjeldage difraktsioonipilti, kui  $N$  pilule langeb valge valgus.
4. Millised on peamised erinevused kahe pilu difraktsioonipildi ja kahekiirelise interferentspildi vahel?
5. Kuidas muutub peamaksimumi laius, kui  $N \rightarrow \infty$ ?
6. Vastavalt teorialele peab difraktsioonimiinimumides  $I = 0$ , eksperimendis aga  $I \neq 0$ . Miks?

## 2.4.6. Lisa 1

### MITME PILU DIFRAKTSIOONI UURIMINE. CCD KAAMERA JUHTPROGRAMM. NUPPUDE JA VALIKUTE KIRJELDUS

Mitmetel nuppude inglisekeelset lühikirjeldust, kui hoida hiirekursorit vastaval nupul.

*Nupud:*

**Int Period** - määrab kaamera ekspositsiooniaja millisekundites.

**Readouts** - on kaamera sisemine signaali keskmestamiste arv

**Interval (ms)** - määrab aja, mille möödudes eelmisest mõõtmisest asub kaamera uut mõõtefunktsiooni täitmise.

**Reset** - vajutus **Reset** nupule saadab muudetud parameetrite väärtused kaamera draiverile. Kui mõõtmise ajal on muudetud parameetreid **Int Period** või **Readouts**, siis annab **Reset** nupu kollane vilkumine märku vajadusest nupule vajutusega uued väärtused sisestada

**Capture (F5)** - on vaikimisi aktiivne, st klikkides sellel nupul või vajutades klaviatuurilt **Enter** või **F5**, saab alustada mõõtmist. Kui mõõtmine on pooleli, siis kuvatakse nupul tekst **Stop (F5)**. Mõõtmise saab katkestada klikkides sellel nupul või vajutades klaviatuurilt **ESC**, **Enter** või **F5**.

**Background (F6)** – Mõõdab taustsignaali, kui vajutada klaviatuurilt **F6**, valides programmi menüü käsu **Background** *Take background* või valides vastava menüü käsu kiirklahviga **Ctrl+B**

Skaala saab fikseerida avades menüü parema hiireklõpsuga Y-teljel või graafikul ja valida rippmenüüst **AutoScale Y**.

*Valikud:*

Valikud aktiveeruvad, kui märkida ära vastavad kastikesed

**Accumulate** - lülitab sisse mõõteandmete kogumisrežiimi. Summeeritakse kõik mõõtmised (**readouts**) mõõtmiste alustamisest kuni mõõtmiste peatamiseni (**Stop**).

**Bkg corrected** - Igast mõõtetulemusest lahutatakse eelnevalt registreeritud taust (**Background**). Taustsignaalis sisaldab nii kaamerasse sattuv ruumi valgus kui ka kaamera signaali nn nullnivoo. Kui mõõtmiste käigus taustavalgus muutub või muudetakse parameetreid **Int Period** või **Readouts** tuleb taust õigete tulemuste saamiseks uuesti registreerida. Nupp **Background (F6)** muutub punaseks, kui valiku **Bkg corrected** korral pole taust registreeritud või on muudetud parameetreid. Nupp on roheline, kui taust on eelnevalt registreeritud (vajaduse üle registreerida taustsignaal ümbritseva ruumi taustavalguse muutumisel otsustab eksperimenteerija ise). **Int Period** ja **Readouts** nupud pole aktiivsed, kui

on valitud mõõteandmetest tausta lahutamine (*Bkg corrected*), nenede parameetrite muutmiseks tuleb peatada mõõtmised ja deaktiveerida valik (*Bkg corrected*).

Valik *On graph* võimaldab graafikul kuvada kas signaal-(*signal*) või taustakõvera (*background*).

#### *Indikaatorid:*

*Overload* – aktiveerub, kui kaamera mõni piksel on küllastuses – signaal ületab 4096 ühikut;

*Interface* - näitab ühendusliidest kaameraga (USB0);

*Resolution* - näitab mitme bitise kaameraga on meil tegu;

*Pixels* - näitab pikslite arvu kasutataval kaameral.

#### *Kursorid*

Kursorite abil on võimalik programmiaknas võrrelda intensiivsusi ja vaadeldavate mõõtepunktide vahelisi kaugusi. Kursori aktiveerimiseks tuleb klõpsata vastaval kursorinupul (*cursor*). Seejärel on võimalik kursorit liigutada noolklahvidega ja akna alumises servas keskel asuvatel kerimisnuppudega. Hiirega on võimalik kursorit liigutada kursori ristumiskohas olevast sõlmest. Piksli number ja intensiivsuse lugem vastavates akendes vastavad kursori sõlme asukohale.

#### *Andmete salvestamine:*

Andmeid saab salvestada eraldi dialoogiaknas ja anda failile soovitud nimi kui valib menüüst *File/Save* (kiirklahv **Ctrl+S**).

Kui kasti *Dir* sisestada kataloogi nimi ja teha valik *Save autom* , siis mõõtetöö katkestamisel/lõpetamisel programm salvestab automaatselt mõõdetud spektri antud kausta kujul *ccd\_data\_DDMMYY\_hhmmss.txt*

Kataloogi nime saab *Dir* kasti valida ka dialoogi kaudu, kui vajutada vastaval kausta nupul. Soovitud kausta valimiseks tuleb dialoogiaknas vajutada nupule *Current Folder*.

Programmi töö ja akna sulgeb akna paremal üleval nurgas ristiga nupule vajutus, menüü valik *File/Exit* või kiirklahv (**Ctrl+X**).

## 2.5. Difraktsioonivõre

### 2.5.1. Tööülesanne

Tutvumine difraktsioonivõre kui disperseeriva elemendiga. Lainepikkuse või võrekonstandi määramine difraktsioonivõre abil.

### 2.5.2. Katsevahendid

Spektraallamp, goniomeeter, difraktsioonivõre (100 joont/mm).

### 2.5.3. Vajalikud eelteadmised

Fraunhofer difraktsioon mitme pilu korral (vt osa 1.3).

### 2.5.4. Töö käik

#### 2.5.4.1. Eksperimendi teoreetilised alused

Valemist (1.15) järeldub, et peamaksimumide kiiritustihedus kasvab võrdeliselt  $N^2$ -ga. Kuna kõrvalmaksimumide kiiritustihedus pilude arvu kasvades oluliselt ei muutu, siis  $N \gg 1$  korral on kõrvalmaksimumide kiiritustihedus tühiselt väike, võrreldes peamaksimumide omaga. Seega suure pilude arvu korral jälgime vaid peamaksimume, millede asukohad on määratud seosega (1.14):

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Kui  $m \neq 0$ , siis on peamaksimumi asukoht lainepikkusest  $\lambda$ . See asjaolu võimaldab difraktsioonivõre kasutada disperseeriva elemendina – difraktsioonivõre lahutab temale langeva liitvalguse üksikuteks monokromaatilisteks komponentideks – spektriks:  $m = 1$  tekib esimest järku spekter,  $m = 2$  korral – teist järku spekter jne. Mida suurem on antud  $m$  korral lainepikkus, seda suurem on kõrvalekaldenurk  $\varphi$ .

Disperseerivaid elemente iseloomustatakse nurkdispersioniga, dispersionipiirkonnaga ja lahutusvõimega.

Nurkdispersioniks nimetatakse tuletist  $d\varphi/d\lambda$ . Mida suurem on nurkdispersioon, seda suurem on nurkkaugus kahe fikseeritud lainepikkuse vahel. Diferentseerides peamaksimumi avaldist (1.14), saame  $d \cdot \cos \varphi d\varphi = m \cdot d\lambda$  ja

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}. \quad (2.9)$$

Seosest (2.9) järeldub, et antud spektrijärgu korral on nurkdispersioon seda suurem, mida väiksem on võrekonstant  $d$ , s.t mida rohkem on pilusid pikkusühiku kohta. Tööstuslikult valmistatakse difraktsioonivõresid kuni 2 400 pilu/mm.

Kui kõrvaljärkude spektrid kattuvad, siis pole spektraalriist üldjuhul enam kasutatav liitvalguse lahutamiseks. Maksimaalset lainepikkuste intervalli  $\Delta\lambda$ , mille puhul pole veel erinevate järkude kattumist, nimetatakse spektraalriista dispersionipiirkonnaks. Langegu difraktsioonivõrele valgus lainepikkuste vahemikus  $\lambda$ -st kuni  $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ . Langegu  $m+1$

järku maksimum lainepikkuse  $\lambda$  jaoks kokku  $m$ -ndat järku maksimumiga lainepikkuse  $\lambda'$  jaoks:

$$d \cdot \sin \varphi = (m + 1)\lambda = m\lambda' = m(\lambda + \Delta\lambda),$$

kust

$$\Delta\lambda = \lambda / m. \quad (2.10)$$

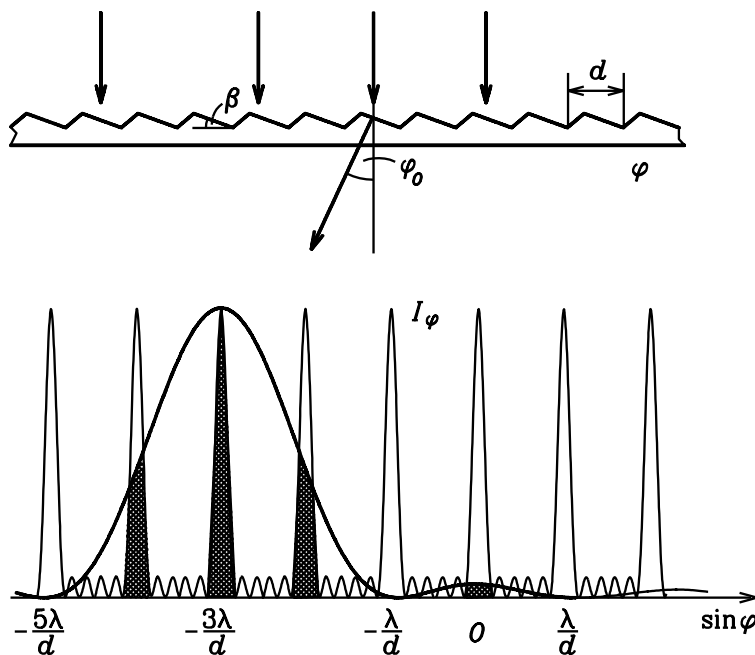
Dispersioonipiirkond  $\Delta\lambda$  väheneb järku  $m$  kasvades.

Suur nurkdispersiooni  $d\varphi / d\lambda$  väärtus ei garanteeri veel kahe lähedase spektrijoone  $\lambda$  ja  $\lambda'$  lahutamist spektraalriista poolt. Ka ideaalsel juhul, kui spektraalriistale langeb monokromaatiline valgus  $\lambda$ , saame riista väljundis lõpliku laiusega joone. Kui vähim kaugus kahe veel eristatava joone vahel on  $\delta\lambda$ , siis suurus  $R = \lambda / \delta\lambda$  nimetatakse spektraalriista lahutusvõimeks. Tinglikult loetakse, et ühesuguse kiiritustihedusega spektrijooned  $\lambda$  ja  $\lambda'$  on veel eristatavad, kui ühe lainepikkuse difraktsioonipildi peamaksimum langeb kokku teise lainepikkuse esimese difraktsioonimiinimumiga (Rayleigh' kriteerium), s.t.

$$d \cdot \sin \varphi = (m + \frac{1}{N})\lambda = m\lambda',$$

ja seega

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm. \quad (2.11)$$



a

b

**Joonis 2.11. a** – profileeritud võre; **b** – kiiritustiheduse jaotus profileeritud võre korral, kiiritustiheduse maksimum on kontseentreeritud järku  $m = -3$ .

Seega on vaja lahutusvõime tõstmiseks kas suurendada pilude koguarvu  $N$  või kasutada kõrgemat järku spektrid. Reaalsete difraktsioonivõrede korral küünib  $N$  kuni 200 000.

Nagu nähtub valemist (2.9) ja (2.11) on spektroskoopias kasulik töötada kõrgetel spektrijärkudel. Kuid tavaliste difraktsioonivõrede korral (joonis 1.12) kahaneb peamaksimumi kiiritustihedus järku  $m$  kasvades kiiresti  $I_m \sim 1/m^2$  (vt seost (1.16) ja joonist 1.10c). Seetõttu kasutatakse tänapäeval tavaliste võrede asemel nn profileeritud e faasivõresid.

Kui ühe pilu ette asetada prisma (joonis 1.8b), siis toimub tsentraalse maksimumi kõrvalekalle otsesihist nurga  $\varphi_0 = \beta(n-1)$  võrra. Profileeritud võred on selliste pilude ette asetatud prismade perioodiliseks süsteemiks (joonis 2.11).

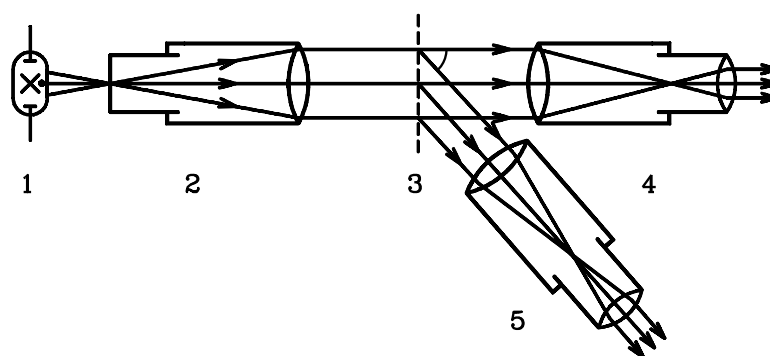
Peamaksimumide asukoht sellise võre korral praktiliselt ei muutu, küll aga toimub kiiritustiheduse ümberjaotus erinevate järkude vahel. Nagu näha jooniselt 2.11b, ei ole kiiritustiheduse jaotus enam sümmeetriline null järku maksimumi suhtes. Muutes võre profiili, võib varieerida ka maksimumi järku, millesse soovitakse kontsentreerida energia.

#### 2.5.4.2. Eksperiment

Tundmatu lainepikkuse määramiseks kasutatakse joonisel 2.12 toodud skeemi. Enne mõõtmiste juurde asumist tuleb goniomeeter justeerida tavalisel viisil ja kirja panna võre laius.

Pärast goniomeetri justeerimist tuleb tema pöördlauale asetada difraktsioonivõre risti langeva valguse suhtes.

- Kõigepealt on vaja veenduda, kas meil on tegemist tavalise või profileeritud võrega. Selleks tuleb võrrelda sama järku spektrite kiiritustihedusi mõlemal pool null järku maksimumi ja fikseerida, mitmendasse järku on kontsentreeritud difrageerunud valgus. Kui meil on tegemist profileeritud võrega, siis tuleb eelistatult mõõta selles suunas, kuhu on kontsentreeritud rohkem valgust.



**Joonis 2.12.** Valguse lainepikkuse määramine difraktsioonivõrega: 1 – valgusallikas; 2 – kollimaator; 3 – difraktsioonivõre; 4 – pikksilma asend otse läbituleva valguse korral; 5 – pikksilma asend difrageerunud valguse registreerimisel.

- Seejärel tuleb registreerida vähemalt kolme spektrijoone asukohad võimalikult paljude järkude jaoks. **NB! Ärge unustage registreerida null järku maksimumi asukohta!** Kõrgemate järkude korral võivad erinevad järgud kattuda – fikseerige ka see protokollis.
- Peamaksimumi tingimuse võib esitada kujul

$$\sin \varphi_m = \frac{\lambda}{d} m,$$

seega peaks sõltuvus  $\sin \varphi_m = f(m)$  antud joone  $\lambda$  jaoks olema sirge, mille tõusust saab arvutada lainepikkuse. Sirge tõus tuleb määrata lineaarse regressiooni meetodil (antud juhul on mõttekas kasutada regressiooni arvutamise varianti, kus sirge peab läbima koordinaadistiku alguspunkti).

- Lõpuks arvutada võre lahtusvõime ja nurkdispersioon registreeritud lainepikkuste jaoks.

### 2.5.5. Küsimused ja ülesanded

1. Kas difraktsioonivõre nurkdispersioon sõltub sellest, millise nurga all tasaline langeb difraktsioonivõrele?
2. Arvutada maksimaalne põhimõtteliselt registreeritav spektrijärk lainepikkuste 0,4 ja 1,2  $\mu\text{m}$  korral, kui  $d = 5 \mu\text{m}$ .
3. Olgu pikksilma ( $f = 30 \text{ cm}$ ) fokaaltasandis kahe lähedase spektrijoone ( $\delta\lambda = 1 \text{ nm}$ ) vaheline kaugus 2 mm. Milline on spektraalriista nurkdispersioon?
4. Milline peab olema pilude koguarv, et keskmisel lainepikkusel 650 nm eristada teist järku spektris kaht lähestikust spektrijoont  $\delta\lambda = 0,1 \text{ nm}$ ?