

Funktsionaalsed sõltuvused looduses on kas:

- a) astmefunktsioonid $y = a x^n$ või
b) eksponentfunktsioonid $y = a e^{bx} = a \exp(bx)$.

See on nii põhjusel, et vaid kaks võimalust ongi, **funktsiooni** y (matemaatika mõiste) ehk **tagajärje** (füüsika mõiste) leidmiseks tuleb: kas 1) astendada põhjust ehk füüsikalist suurust x (mida matemaatikas nimetatakse **argumendiks**) või siis 2) füüsikaline suurus x osutub ise teguriks korrutises bx , mis osutub mingi arvu (antud juhul e) – astendajaks. Kolmandat võimalust astendamise kontekstis lihtsalt ei ole.

Kuna füüsikalisel suurusel on üldjuhul olemas mõõtühik, siis peab suurusel b olema suuruse x pöördühik, et korrutis bx saaks olla ühikuta. Kui näiteks suuruseks x on **aeg** t (SI ühikuga **sekund**), siis suuruseks b funktsioonis $y = a e^{bx} = a \exp(bx)$ peab olema **sagedus** (millegi arv ajaühikus), SI ühikuga **pöördsekund** ($1/s$ või s^{-1}). Astendajal ei saa olla ühikut, sest ta on **arv**, mis näitab, kui mitu korda tuleb astme alust iseendaga korrutada. Astendatav arv (astme alus) eksponentfunktsioonis võib olla mis iganes arv, kuid füüsika aspektis kõige mõttekam astme alus on Euleri arv $e \approx 2,7183$, mille korral kasutame logaritmilisel loomulikku logaritmi ehk naturaallogaritmi ($\ln$).

Kui me soovime kindlaks teha, kas meil on tegemist astmefunktsiooni või eksponentfunktsiooniga, siis on kõige mõistlikum katseandmeid lineariseerida. See tähendab järgmist. Olgu meil näiteks tegemist kasvava funktsiooniga (kui suureneb x , siis suureneb ka y). See funktsioon võib olla:

- a) tavaline kasvav eksponentfunktsioon (astendaja bx on positiivne): $y = a e^{bx} = a \exp(bx)$;
b) piirangule lähenev kasvav eksponentfunktsioon: $y = y_m [1 - e^{-bx}] = y_m [1 - \exp(-bx)]$, kus y_m on piirang (suurim võimalik ehk maksimaalne y väärtus) või siis
c) astmefunktsioon $y = a x^n$.

Logaritmime oma katseandmeid, teades et logaritm on astendaja: kui $b = a^n$, siis $\log_a b = n$.

Logaritm alusel a arvust b on see arv n , millega me peame astendama alust a , selleks et saada arvu b .

Logaritmime võimaldab korrutamise taandada astendajate liitmisele. Olgu meil näiteks tegemist funktsiooniga $y = a x^n$, kus parajasti $a = 8$, $x = 2$ ja $n = 4$, seega $y = 8 \cdot 2^4 = 8 \cdot 16 = 128$.

Nüüd võime $y = a x^n$ esitada kujul $128 = 8 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^3 \cdot 2^4 = 2^{(3+4)} = 2^7$.

Sama mõtte, esitatuna kahendlogaritmidel ($\log_2 y$) abil: $\log_2 128 = \log_2 8 + \log_2 16$, sest $7 = 3 + 4$.

Oleme saanud, et kui $y = a x^n$ (variant c), siis $\log_x y = \log_x a + \log_x x^n = \log_x a + n \log_x x$ või kasutades naturaallogaritmide: $\ln y = \ln a + n \ln x$ (üldjuhul ei pruugi astmefunktsioonis esinev x võrduda arvuga e).

Kui teeme graafiku, kasutades argumendina suurust $\ln x$ ja funktsioonina suurust $\ln y$, saame sirge, mille tõus (A) on n ja algordinaat (B) on $\ln a$: $\ln y = Y = A X + B = n \ln x + \ln a$.

Selle kohta öeldakse, et astmefunktsioon lineariseerub täislogaritmilises mastaabis (suurus $\ln y$ sõltub lineaarselt suurusest $\ln x$).

Kui $y = a e^{bx} = a \exp(bx)$ (variant a), siis katseandmed lineariseeruvad poollogaritmilises mastaabis:

$\ln y = \ln a + bx \ln e = \ln a + b x$ (kuna $\ln e = 1$), suurus $\ln y$ sõltub lineaarselt suurusest x (mitte $\ln x$!).

Tekkiva sirge tõus on suurus b , algordinaat on $\ln a$.

Kui $y = y_m [1 - e^{-bx}] = y_m - y_m e^{-bx}$ ehk $Y = y_m - y = y_m e^{-bx}$ (variant b), siis katseandmed lineariseeruvad samuti poollogaritmilises mastaabis: $\ln Y = \ln y_m - bx$, suurus $\ln Y$ sõltub lineaarselt suurusest x .

Tekib langev sirge, mille tõus on suurus $-b$, algordinaat on $\ln y_m$. Kui meil suurus y_m katseliselt määratud ei ole, siis tuleb katseandmete põhjal teha oletus y_m väärtuse kohta ja teostada lineariseerimist korduvalt, otsides parimal viisil katseandmetega kooskõlas olevat y_m väärtust.