

Loengul näidatud katse: $\cos \varphi$ parandamine

Autotrafo abil saadud vahelduvpinge efektiivväärtusega $U = 185 \text{ V}$ sagedusel 50 Hz oli rakendatud skeemile, mis sisaldas jadaühenduses ampermeetrit, elektrimootorit ja induktiivpooli (induktiivsusega L_p). Mootorit vaatlesime koosnevana jadamisi ühendatud induktiivsest ja aktiivsest koormusest, kusjuures mootori mähise induktiivsus oli L_M ja aktiivtakistus $R = 106 \Omega$ (mõõdetud testriga). Induktiivpooli aktiivtakistust (ca $1,5 \Omega$, samuti mõõdetud testriga) võis lugeda tühiseks ja seda me edaspidi ei arvestanud. Voltmeetreid ja ampermeetrit lugesime ideaalseteks ($R_V \approx \infty$, $R_A \approx 0$).

Skeemi pingestamisel näitas ampermeeter voolu tugevusega $I_1 = 0,3 \text{ A}$, induktiivpooliga rööbiti ühendatud voltmeeter pinget $U_{L1} = 63 \text{ V}$ ja mootoriga rööbiti ühendatud voltmeeter pinget $U_{M1} = 123 \text{ V}$. Mootor käis aeglaselt, seega temas eralduv võimsus oli väike. Tasub märkida, et $U_{L1} + U_{M1} = 186 \text{ V}$, mis oli peaaegu võrdne toitepingega 185 V . Seega pinged U_{L1} ja U_{M1} olid omavahel peaaegu faasis, sest kehtisid alalisvooluahela seadused – osapingete summa võrdus kogupingega.

Kui nüüd mootoriga rööbiti ühendati kondensaator, mille korpuselt võis lugeda mahtuvust $C = 4 \mu\text{F}$, siis näitas ampermeeter voolu tugevusega $I_2 = 0,24 \text{ A}$, induktiivpooliga rööbiti ühendatud voltmeeter näitas pinget $U_{L2} = 50 \text{ V}$ ja mootoriga rööbiti ühendatud voltmeeter pinget $U_{M2} = 149 \text{ V}$. Mootor käis oluliselt kiiremini. Seega temas eralduv võimsus oli võrreldes varasemaga suurenenud, ehkki voolutugevus hoopis kahanes. Teatavasti avaldub vahelduvvoolu aktiivvõimsus valemiga $P = I U \cos \varphi$, kusjuures toitepinge U oli antud juhul konstantne. Seega pidi toimuma võimsusteguri $\cos \varphi$ niivõrd ulatuslik suurenemine, et see kompenseeris voolutugevuse I vähenemise.

Ülesanne: Leida mõlema juhu jaoks võimsustegur $\cos \varphi$ ja aktiivvõimsus P . Joonistada ahela faasorid enne ja pärast kondensaatori ühendamist ahelasse.

Lahendus: Kuna $f = 50 \text{ Hz}$, siis ringsagedus $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$ ja ahelasse ühendatud pooli induktiivtakistus esimesel juhul (kondensaatorita) on $\omega L_p = \frac{63 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} \approx 210 \Omega$ ja teisel juhul (kondensaatoriga)

$$\omega L_p = \frac{50 \text{ V}}{0,24 \text{ A}} \approx 208 \Omega. \text{ Nende keskmine: } \omega L_p \approx 209 \Omega \text{ ja selle põhjal induktiivsus } L_p = \frac{209 \Omega}{314 \text{ rad/s}} = 0,66 \text{ H}.$$

Mootori kompleksne impedants: $\tilde{Z}_M = R + j\omega L_M$, kus L_M on mootori mähise induktiivsus. Esimesest

mõõtmisest mootori reaalne impedants (kompleksse impedantsi moodul): $|\tilde{Z}_M| = \frac{123 \text{ V}}{0,3 \text{ A}} = 410 \Omega$ ja selle

ruut $Z_M^2 = |\tilde{Z}_M|^2 = R^2 + (\omega L_M)^2$, millest $\omega L_M = \sqrt{Z_M^2 - R^2} = \sqrt{410^2 - 106^2} = \sqrt{168100 - 11236} \approx 396 \Omega$.

Mootori mähise induktiivsus: $L_M = \frac{396 \Omega}{314 \text{ rad/s}} = 1,26 \text{ H}$, aga seda pole ülesande lahendamiseks tegelikult vaja. Nüüd on arvutatav ka faasinurk esimesel juhul:

$$\varphi_1 = \arctan \frac{\omega L_p + \omega L_M}{R} = \arctan \frac{209 \Omega + 396 \Omega}{106 \Omega} = \arctan \frac{605}{106} = \arctan 5,71 \approx 80^\circ$$

ja võimsustegur $\cos 80^\circ \approx 0,173$. Järelikult aktiivvõimsus $P_1 = I_1 U \cos \varphi_1 = 0,3 \text{ A} \cdot 185 \text{ V} \cdot 0,173 \approx 9,6 \text{ W}$.

Siin arvestasime kasuliku võimsusena vaid mootori aktiivtakistusel soojusena eralduvat võimsust. Tegelikult teeb mootor ka mehaanilist tööd, mistõttu summaarne kasulik võimsus on suurem kui $9,6 \text{ W}$ ja tegelik faasinurk mõnevõrra väiksem kui 80 kraadi. Kasuliku võimsuse tegeliku väärtuse leidmiseks tuleks skeemi ühendada vattmeeter.

Eeldades kondensaatori mahtuvuse väärtust $C = 4 \mu\text{F}$, saame mahtuvustakistuse väärtuseks

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 4} = 796 \Omega.$$

Ülalpool arvutatud kompleksse impedantsi põhjal leiame mootori kompleksse admittantsi:

$$\tilde{Y}_M = \frac{1}{106 + j396} = \frac{106 - j396}{106^2 + 396^2} = \frac{106 - j396}{168100} \Omega^{-1}$$

Mootori ja kondensaatori rööpühenduse kompleksne impedants avaldub seega kujul:

$$\tilde{Z}_{MC}^{(rööp)} = \frac{1}{\frac{106 - j396}{168100} + j\frac{1}{796}} = \frac{1}{\frac{106 - j396 + j211}{168100}} = \frac{168100}{106 - j185} = \frac{168100(106 + j185)}{106^2 + 185^2} = \frac{168100}{45461}(106 + j185)$$

Lõplikult siis: $\tilde{Z}_{MC}^{(rööp)} = (396 + j684) \Omega$ ja ahela kui terviku impedants

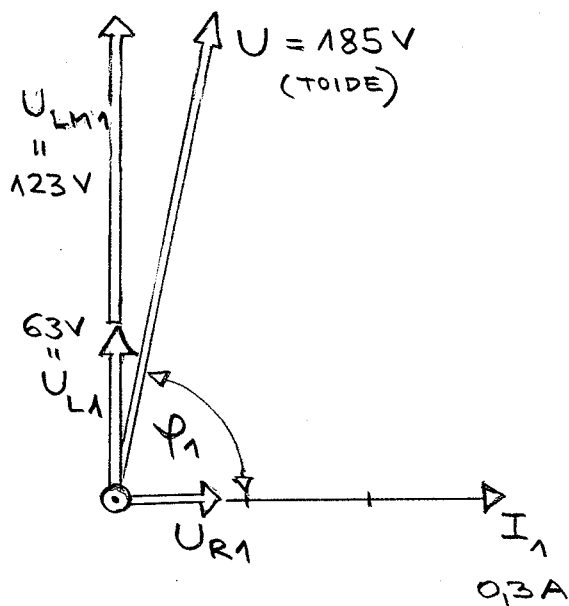
$$\tilde{Z} = \underbrace{(392 + j684)}_{\text{mootor+C}} + \underbrace{j209}_{\omega L_p} = (392 + j893) \Omega.$$

Nüüd faasinurk $\varphi_2 = \arctan \frac{893}{392} = \arctan 2,28 \approx 66^\circ$ ja seega võimsustegur $\cos \varphi_2 = 0,402$, mis tõesti ületab varasemat väärtust (0,173) üle kahe korra. Aktiivvõimsuse väärtuseks saame nüüd

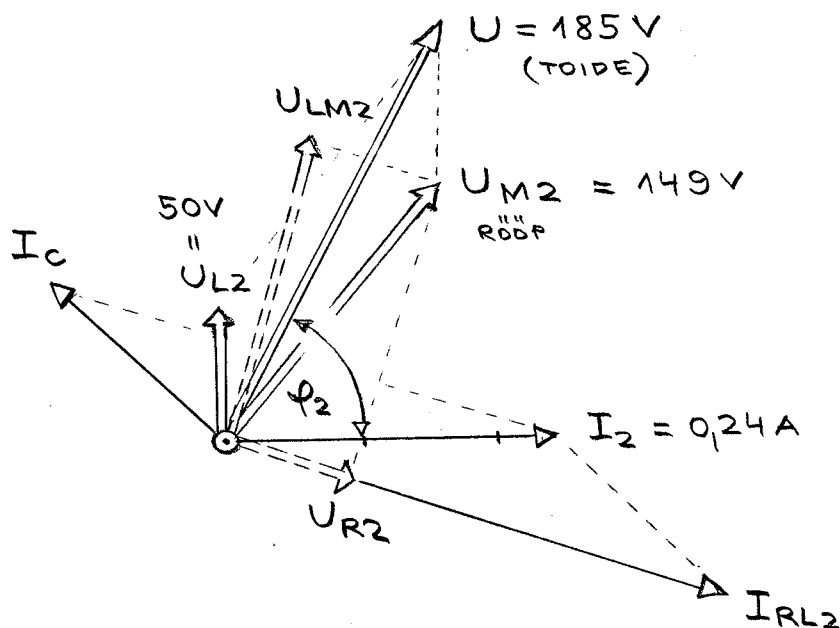
$$P_2 = I_2 U \cos \varphi_2 = 0,24 \text{ A} \cdot 185 \text{ V} \cdot 0,402 \approx 17,8 \text{ W}.$$

Allpool on ära toodud vektordiagramm, mille vasakpoolses osas (ilma kondensaatorita olukorras) on ära toodud katselise pinge $U_{M1} = 123 \text{ V}$ kaks komponenti: vooluga I_1 faasis olev pingeline mootori aktiivtakistusel U_{R1} ja voolust 90° faasis ees olev pingeline mootori induktiivtakistusel U_{LM1} . Mõõta saame vaid nende kahe pingeline vektorsummat U_{M1} . Parempoolses osas (kondensaatoriga olukorras) on näha mootorit läbiva vooluga I_{RL2} faasis olev pingeline mootori aktiivtakistusel U_{R2} ja voolust 90° faasis ees olev pingeline mootori induktiivtakistusel U_{LM2} , aga samuti nende kahe pingeline mõõdetud vektorsumma U_{M2} . Joonisel on ära toodud katseliste suuruste efektiivväärtused, ehkki vastava vektori pikkus on õigupoolest amplituudväärtus, mis on efektiivväärtusest $\sqrt{2}$ korda suurem.

ALGUL:



KONDENSAATORIGA:



Ülesanne tundub olevat lahendatud, kuid märkame, et mootori ja kondensaatori rööpühenduse impedantsi moodul $Z_{MC} = |\tilde{Z}_{MC}| = \sqrt{396^2 + 684^2} = \sqrt{153664 + 467958} \approx 788 \Omega$ erineb tugevasti rööpühenduse

impedantsi eksperimentaalsest väärtusest $\frac{U_{M2}}{I_2} = \frac{149 \text{ V}}{0,24 \text{ A}} \approx 621 \Omega$.

Põhjus on tõenäoliselt selles, et juba üpris vana kondensaatori tegelik mahtuvus on väiksem tema korpusele märgitud väärtusest $4 \mu\text{F}$. Kui näiteks oletada, et kondensaatori mahtuvustakistus $X_C \approx 1150 \Omega$, millele vastab mahtuvus $C = 10^6 / (314 \cdot 1150) \approx 2,8 \mu\text{F}$ siis saame rööpühenduse impedantsi jaoks:

$$\tilde{Z}_{MC(\text{rööp})} = \frac{1}{\frac{106 - j396}{168100} + j \frac{1}{1150}} = \frac{1}{\frac{106 - j396 + j146}{168100}} = \frac{168100}{106 - j250} = \frac{168100(106 + j250)}{106^2 + 250^2} = \frac{168100}{73736}(106 + j250)$$

Lõplikult: $\tilde{Z}_{MC(\text{rööp})} = 242 + j570(\Omega)$ ning nüüd mootori ja kondensaatori rööpühenduse impedantsi moodul

$$Z_{MC} = |\tilde{Z}_{MC}| = \sqrt{242^2 + 570^2} = \sqrt{58564 + 324900} = \sqrt{383464} \approx 619 \Omega, \text{ mis on heas kooskõlas katselise}$$

väärtusega 621Ω . Sel juhul ahela kui terviku impedants

$$\tilde{Z} = \underbrace{242 + j570}_{\text{mootor} + C} + \underbrace{j209}_{\omega L_p} = 242 + j779(\Omega), \text{ mille moodul } Z = \sqrt{242^2 + 779^2} = \sqrt{58564 + 606841} \approx 816 \Omega.$$

Sama suuruse eksperimentaalne väärtus $\frac{U}{I_2} = \frac{185 \text{ V}}{0,24 \text{ A}} \approx 771 \Omega$ ei erine palju äsja saadud tulemusest 816Ω .

Kondensaatori mahtuvust $2,8 \mu\text{F}$ eeldav faasinurk $\varphi_2' = \arctan \frac{779}{242} = \arctan 3,22 \approx 73^\circ$ ja seega

võimsustegur $\cos \varphi_2' = 0,30$. Aktiivvõimsuse väärtuseks saame $P_2' = 0,24 \text{ A} \cdot 185 \text{ V} \cdot 0,30 \approx 13,3 \text{ W}$.