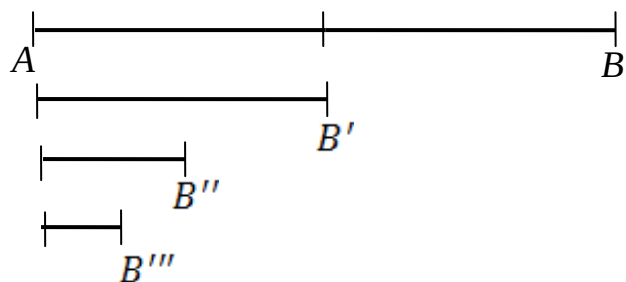


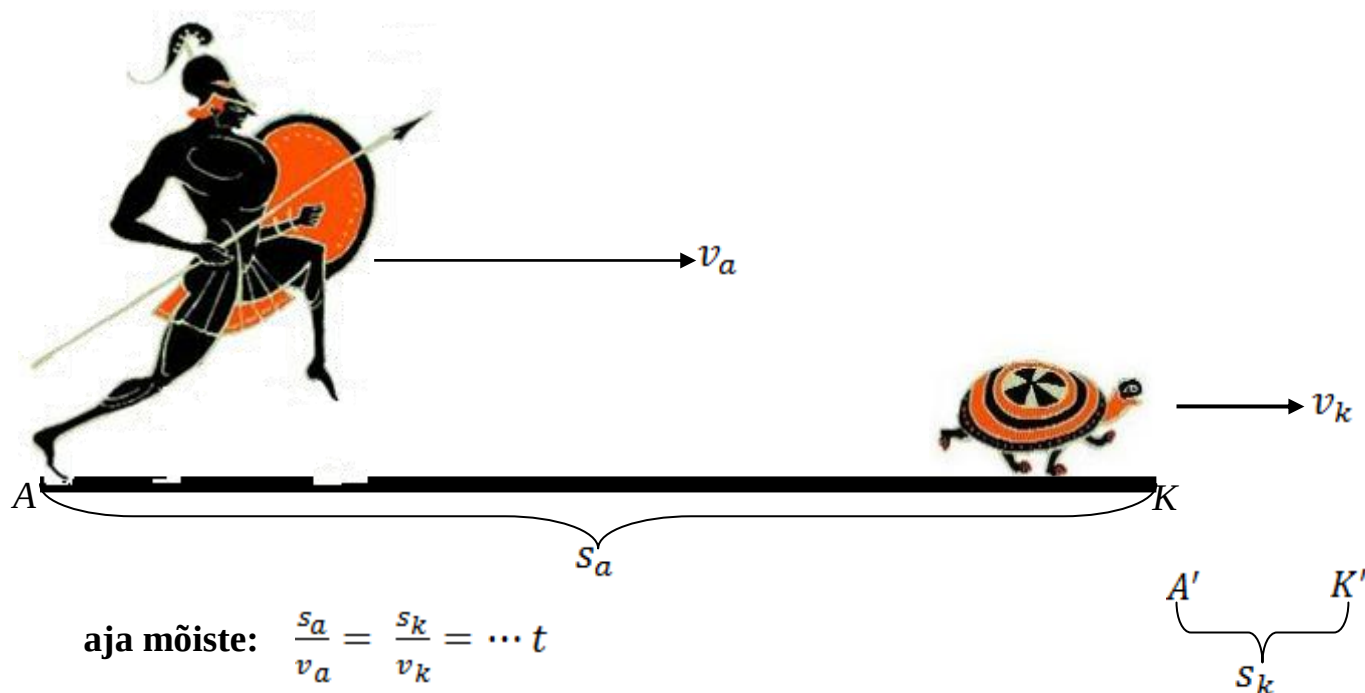
Zenoni apooriad: a) *dihhotoomia* (teepikkuse jagamine kaheks)



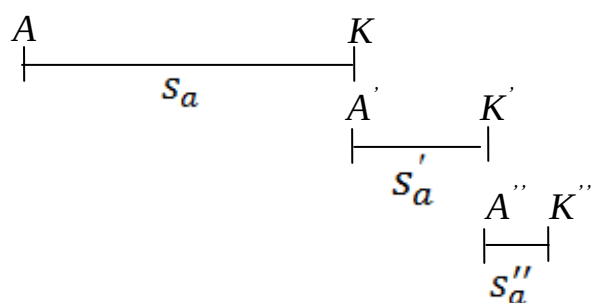
Zenon väidab: selleks, et jõuda punktist **A** punkti **B**, tuleb kõigepealt läbida pool teest (jõuda punkti **B'**) Omakorda selleks, et jõuda punkti **B'**, tuleb kõigepealt läbida pool teest (jõuda punkti **B''**) jne. Aga nii ei jõua ju mitte kunagi mitte kuhugi.

Zenon järeldab: liikumine polegi võimalik. Liikumine vaid näib meile, tegelikult seda pole olemas.

b) Achilles ja kilpkonn:



Kui Achilles on jõudnud sinna, kus kilpkonn oli liikumise alguses (K), siis kilpkonn on juba jõudnud punkti **K'**



$$\begin{aligned} s'_a &= s_k \\ s''_a &= s'_k \\ s'''_a &= s''_k \end{aligned}$$

Zenon väidab, et Achilles ei saa kunagi kilpkonna kätte, sest Achilleuse ja kilpkonna vahekaugus ei saa kunagi nulliks. Kui Zenon esitab nii Achilleuse kui kilpkonna poolt läbitavad teepikkused lõikude summadena, võttes arvesse ka kilpkonna algse edumaa s_a (võrratusmärgist paremal, kilpkonna poolt läbitavate lõikude summa ees), siis selgub, et ehkki liidetavad on vastavalt võrdsed ($s_a' = s_k, s_a'' = s_k'$ jne), on parempoolses summas alati üks liidetav rohkem (toodud näites on see s_k'''). Seega võrratus

$$s_a + s_a' + s_a'' + s_a''' + \dots < s_a + [s_k + s_k' + s_k'' + s_k''' + \dots]$$

kehtib ja kilpkonn on alati natuke Achilleusest eespool.

Niimoodi väites Zenon vaikimisi eeldab, et Achilleuse kiirus kahaneb sujuvalt kuni kilpkonna kiiruseni. Mida lähemale kilpkonnale Achilles jõuab, seda väiksemaks muutub kiiruste erinevus. Õigupoolest saabki Zenoni arutlus võimalikuks tänu sellele, et Zenon ei kasuta kiiruse mõistet.

Kuna me teame, et kahe samas suunas liikuva keha omavaheline kiirus on kehade Maa suhtes mõõdetud kiiruste vahe, siis võime järeldada, et tegelikult läheneb Achilles kilpkonnale kiirusega $v_{ak} = v_a - v_k$

ja saab aja
$$t = \frac{s_a}{v_a - v_k}$$

möödumisel kilpkonna kätte, olles läbinud pikkuse
$$v_a t = \frac{v_a}{v_a - v_k} s_a .$$

See ongi Achilleuse poolt kilpkonna tagaajamisel läbitavatest lõikudest tekkiva rea summa

$$s_a + s_a' + s_a'' + s_a''' + \dots = \frac{v_a}{v_a - v_k} s_a .$$

Zenoni apooriate väärtus seisneb selles, et nad juhivad meie tähelepanu liikumise ja paigalseisu põhimõttelisele erinevusele. Sellele, et **liikumist ei saa taandada paigalseisude summale**. Zenon võrdustab lõpmata väikese suuruse nulliga ning kasutab seejärel tõdemust, et nullide liitmisel saame ainult nulli, ükskõik kui palju meil ka poleks liidetavaid. Kuid lõpmata väikeste (diferentsiaalsete) pikkuste liitmisel me saame ikkagi lõpliku kogupikkuse, kui liidetavaid diferentsiaalseid pikkusi on lõpmata palju. Sisuliselt nii ju toimitaksegi, kui leitakse läbitud teepikkust kiiruse integraalina

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt .$$

Integreerimine **ei ole** üldjuhul nullide liitmine, mistõttu ka summa **ei ole** üldjuhul null.