

HARMOONILINE VÕNKUMINE



$$F_{taast} = m a \quad \text{Taastavaks jõuks}$$

on elastsusjõud $F_{el} = -k x$, kus

k - jõukonstant (vedru jäikus).

$$-k x = m a \quad \text{ehk} \quad a + \frac{k}{m} x = 0$$

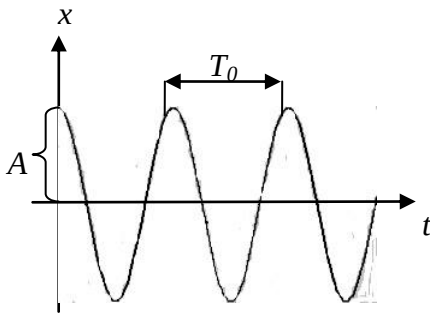
Saame diferentsiaalvõrrandi (DV) $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$,

mille lahendiks on liikumisvõrrand $x = x(t)$:

$$x = A \cos \omega_0 t, \quad v = -\omega_0 A \sin \omega_0 t \quad \text{ja}$$

$$a = -\omega_0^2 A \cos \omega_0 t = -\omega_0^2 x.$$

$$\text{Seega} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ja} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



SUMBUV VÕNKUMINE



$$\text{Newtoni II: } F_{taast} + F_{tak} = m a$$

Takistusjõud $F_{tak} = -b v$, kus

b - liikumise takistustegur.

$$\text{Seega} \quad -k x - b v = m a \quad \text{ehk}$$

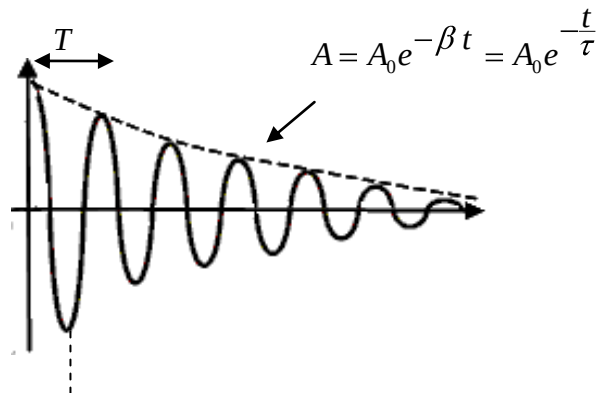
diferentsiaalvõrrandina (DV)

$$a + \frac{b}{m} v + \frac{k}{m} x = 0 \quad \text{või} \quad \ddot{x} + 2 \frac{b}{2m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

Selle lahend: $x = A_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$, kus

sumbetegur $\beta = \frac{b}{2m}$ ja võnkumine toimub

sagedusega $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Amplituud kahaneb ajas eksponentsiaalselt:



SUNDVÕNKUMINE



Mõjub perioodiline välisjõud $F_{väl}$

$$\text{N II: } F_{taast} + F_{tak} + F_{väl} =$$

$$\text{ehk} \quad m a + b v + k x = -F_{väl}$$

$$\text{Saame} \quad a + \frac{b}{m} v + \frac{k}{m} x = -\frac{F_m}{m} \cos \omega t$$

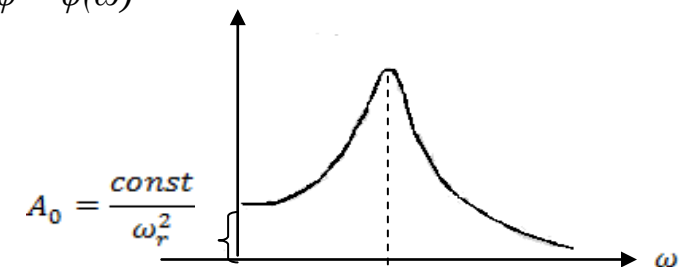
$$\text{ehk DV} \quad \ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = -\frac{F_m}{m} \cos \omega t$$

mille lahend $x = A(\omega) e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$,

kus välisjõu sagedusest sõltub amplituud A

$$A(\omega) = \frac{\text{const}}{\left| \omega_r^2 - \omega^2 - i\beta\omega \right|} \quad \text{ja ka faasinihe}$$

$$\varphi = \varphi(\omega)$$



$$\text{Resonantsisagedus:} \quad \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

